

유아의 수량화 어렵하기 능력에 미치는 수량화 지각판단치 제시의 효과

신 은 수

덕성여자대학교 유아교육과

본 연구는 유아의 수량화 어렵하기(quantitative estimation) 능력의 발달을 위하여 수량화 지각판단치(a internalized perceptual anchor)의 제시 효과를 알아보는 것을 목적으로 한다. 연구대상은 4세아 50명과 5세아 50명의 총 100명을 대상으로 수크기와 수량화 지각판단치를 적용한 제시방법에 따른 어렵하기 능력을 분석하였다. 유아의 어렵하기 능력은 부적당한 어렵하기, 적당한 어렵하기, 정확한 어렵하기의 수준으로 구분하여 연령, 수크기, 제시방법에 의하여 분석하였다. 연구의 결과, 유아의 어렵하기 능력은 발달적 차이가 있으며, 5세아의 어렵하기 능력이 4세아보다 높게 나타났다. 유아의 어렵하기 능력은 수크기와 제시방법에 영향을 받았으며, 유아들은 수의 지각적 감지에 의한 수량화 판단을 하는 8이하의 수보다 수학적 판단이 요구되는 10에서 15의 수에 제시방법의 영향이 크게 나타났으며, 수학적 판단이 불가능한 수 25이상의 수에서는 제시방법에 의한 영향이 낮게 나타났다. 본 연구의 결과는 수량화 지각판단치를 제시하면 4세아는 12이하의 수까지, 5세아는 15이하의 수까지 어렵하기 능력이 증진됨이 밝혀졌다. 본 연구의 결과 유아에게 수량화 지각판단치를 적용한 12에서 15까지의 어렵하기 수학적활동을 제공하는 수학 교육과정의 모색이 요구됨이 밝혀졌다.

핵심어 : 수량화 • 어렵하기 • 지각판단치 • 수학교육과정

유아를 위한 수학교육과정을 구성하기 위하여 유아교육자가 현재 인식해야 할 핵심은 현재까지 중요시 된 수학적 상징의 조작은 기계의 효율성에 의하여 해결

되므로 미래의 변화된 사회에 대한 적용성을 높이기 위하여 상위의 사고과정과 수학적 생각에 관한 지적 의사소통 능력 즉, 인간만의 독특한 기술사용에 중점을

두고 교육을 하는 것이다(Willoughby, 1990; NCTM, 1989). 수학교육에 관한 연구자들은 상위의 사고과정과 수학적 생각에 관한 실제적 의사소통 능력을 위하여 유아의 어렵하기(estimation) 능력이 중요하다고 설명하고 있다. 유아의 어렵하기 과정과 전략은 수학적 사고와 문제 해결력을 알아볼 수 있는 중요한 단서를 제공하게 된다(Ainley, 1991; Dowker, 1992).

유아의 어렵하기 능력 증진을 위하여 연구자들은 유아의 어렵하기 발달과정과 사고과정에서 사용되는 어렵하기 전략과 판단기준을 분석하고 있다(Crites, 1992; Schuffer, Eggleston, & Scott, 1974; Siegel & Robinstein, 1982). 수 판단기준에 관한 연구들은 유아의 어렵하기에서 나타나는 판단기준의 기초를 제공할 수 있다. 수량화 판단에 관한 초기의 연구들에 의하면, 유아들은 적은 수의 집합은 지각적 감지(a direct perceptual-apprehension mechanism/subitizing)에 의하여 판단한다고 밝히고 있다(Saxe, 1979; Piaget, 1952; Klahr & Wallace, 1973). 수량의 지각적 감지)에 관한 설명으로 Piaget등은 유아의 수에 대한 추리력의 부족이라고 하는 반면에 Gelman(1972)과 Schuffer, Eggleston과 Scott(1974)는 수학적 추리를 위한 수세기 과정에 지각적 감지가 결합된 것이라고 제안하고 있다. 어렵하기에서도 적은 수의 어렵하기나 어렵하기 능력이 낮은 유아는 지각적 감지를 통하여 수를 판단하나, 집합에 포함되어지는 수가 많은 경우에는 지각적 감지만으로는 정확한 판단에 장애를 받게 되므로 어렵하기 과

정에서 수학적 전략을 사용하게 된다(Crites, 1992).

수학교육에서 많은 연구들이 어렵하기의 중요성을 강조해 왔지만 어렵하기는 수학교육과정에서 무시되어온 영역중의 하나였으며(Buchanan, 1978), 지금까지 어렵하기 기술 및 판단능력의 증진에 영향을 주는 변인들에 관한 연구들은 거의 없었다. 한국에서도 어렵하기 발달이나 유치원 수학교육의 현장에서 어렵하기를 교육내용으로 적용하는 연구는 드물었다(정재은, 1996; 신은수, 1998). 한국 유아의 수 어렵하기 능력에 대한 연령별 발달 경향과 어렵하기에 수크기와 수량화 지각판단치(a internalized perceptual anchor)를 판단기준으로 사용하는지를 밝히는 것은 유아를 위한 수학교육에 의미가 있다고 생각된다. 본 연구는 4, 5세 유아의 어렵하기 능력과 어렵하기 판단기준을 적용한 수제시 방법에 의한 발달적 차이를 살펴봄으로써 유아 수학 교육을 위한 어렵하기 능력 발달과 어렵하기 능력의 수학적 교육내용과 교수방법의 방향을 모색하는데 연구의 목적을 둔다. 본 연구의 연구문제는 다음과 같다.

- 첫째, 유아의 수 어렵하기 능력은 연령에 의하여 어떠한 차이가 있는가?
- 둘째, 유아의 수 어렵하기 능력은 수크기에 의하여 어떠한 차이가 있는가?
- 셋째, 유아의 수 어렵하기 능력은 수의 제시방법에 의하여 어떠한 차이가 있는가?

유아의 수량화 어렵하기 능력 발달과 수학적 인지 요인과의 관계

Levine(1982)은 일상생활에서 정확한 계산과 측정이 불가능한 사회적 맥락에 직면하면 수학적 문제상황을 해결하는 실제적 해결방법인 어렵하기를 사용하게 된다고 하였다. 유아의 어렵하기의 능력은 수량화를 통하여 수의 값, 양, 크기, 무게에 대해 실제적인 판단하거나 의견을 형성하는 것으로 수세기 또는 측정 문제를 해결하는 과정이다(Smart, 1982). 어렵하기 능력은 유아의 판단이나 의견을 종합한 합리적인 추측에 기초하여 실제 값에 가까운 타당한 값을 결정하는 능력이다. 이 과정에서 유아는 어려운 수와 실제 수의 관계에 대한 감각을 가지는 것이 중요하며, 어렵하기 능력은 수의 관계에 대한 통찰과 감각을 갖고 어려운 수나 양이 과대/과소로 추론되었는지 결정하는데 유용하게 작용한다.

유아의 어렵하기 능력은 수학적 이해를 반영하며, 수에 관한 의사결정을 하기 위해서 근접한 답을 구하는 정신적인 과정으로 문제에 대해 이해하고 이미 알고 있는 것에 새로운 정보를 관련시키고, 답의 타당성을 판단하고 명료화하며 재조정하는 것을 포함한다(Bright, 1976; Sowder, 1992; Advanced Technology, 1989). 어렵하기는 정확한 수 대신에 '약', '근처', '더 근사한', '약간 적다' 등의 용어를 함축하고 있는 어렵수를 사용한다(Buchanan, 1978). "약, 대략(about)"의 의미를 유아에게 이해시킬 때 가장 어려운 점은 대략(근사치) 또는 어려운 답을 정하여 말하는 과정에서 먼저 정확한 답을 정하는 것이 아니고 정확한 답에 근접한 수로 답하

는 것이 요구된다는 것을 인식시키는 것이다. 유아에게 어렵하기는 수세기를 하여 정확한 답을 산출하는 과정이 아니고 근접한 수량을 판단하는 것이 더 적절한 수학적 판단이라는 개념을 갖도록 도와주는 것이 중요하다(Walle & Thompson, 1985). 수학적 능력은 정확성보다는 더 많은 것을 포함하고 있음을 인식하도록 하여, 사물의 수 어렵하기, 사물의 크기의 측정과 속성에 대한 어렵하기를 증진할 수 있다. 어렵하기의 과정은 어린 연령의 수학적 사고수준에서도 가능하므로 적합한 방법을 개발하여 수학교수에 쉽게 결합될 수 있다.

유아의 어렵하기 능력과 수학적 수행능력 관련 선형연구의 결과, 유치원, 초등학교 1, 3학년, 및 10학년을 대상으로 한 연구에서 수세기 기술과 어렵셈 수행능력간에 상관관계가 있는 것으로 나타나, 수크기의 판단, 수세기 등의 능력이 높으면 어렵하기 능력이 발달된다는 것이 밝혀졌다(Newman & Berger, 1984; Newman, 1984). Sowder(1992)도 어렵셈에 능력이 있는 초등학교 아동은 양적인 직관 또는 수감각이 일관성 있게 발달되나, 반응이 낮거나 없는 아동들은 수가 표상하는 양에 관한 개념이 거의 없다고 밝히고 있다.

유아의 어렵하기 능력의 발달은 Siegel, Goldsmith와 Madson(1982)과 Walle와 Thompson(1985)이 8개의 물체에서 수 4-12 사이에 있는 수인 50% 이내의 적당한 어렵하기, 수 6-10 사이에 있는 수인 25%이내의 정확하게 어렵하기의 수준으로 구분하여 살펴보았다. 위의 연구에 기초하여 Baroody와 Gatzke

(1991)는 수학적 능력이 우수한 유아의 수집합 크기 어렵하기에 관한 연구 결과, '수 8'까지는 실제적 가치의 25%안으로 어렵하기를 하였지만 15또는 그이상의 큰 집합에서는 대부분 어렵하기에 어려움을 갖는다고 제시하고 있다. 한국 유아를 대상으로 한 연구에서 4, 5세의 유아는 수량화에 대한 어렵하기 능력이 있으며, 8 이하의 수에 대하여 정확한 어렵하기를 하며, 4세는 12 정도의 수량에 대하여 적당한 어렵하기가 가능하며, 5세의 유아는 15이하의 수량에 대하여 적당한 어렵하기가 가능하다고 밝히고 있다(정재은, 1996; 신은수, 1998).

유아의 수학적 능력 중 어렵하기 (estimation) 능력은 상위의 사고과정과 지적 의사소통 능력이 요구되는 인지과정으로 문제 이해하기, 기존 정보와 연관짓기, 추론적 판단과 증명하기 및 문제해결의 필요에 의하여 정보에 대하여 재고하기 및 수학적 사고와 물리적 세계 연결을 통한 조합, 생각을 분명히 말할 수 있는 의사소통의 과정을 담고 있어야 한다고 하였다(Harte & Glover, 1993). 유아의 어렵하기 인지과정과 전략을 분석한 결과, Forrester와 Pike(1998)는 어렵할 수학적 혹은 물리적 사물을 분리구성 혹은 재구성하는 인지과정과 정신적 표상의 판단기준을 설정하거나 비교하는 인지과정으로 설명하고 있다. 수를 계산하거나 큰 수로 만들어보기는 분리구성과 재구성의 과정이며, 수의 상대적 관계짓기, 순서대로 놓기, 인접성이나 자신이 아는 수를 사용하기, 물리적 판단기준의 사용등이 정신적 표상 판단기준을 설정하고 비교하는 인지과정이다(Brown & Siegler,

1993; Siegler, Goldsmith, & Madson, 1982). 선행연구들은 수를 상대적으로 비교하거나 판단하는 기준을 제공하면 어렵하기 능력의 발달에 긍정적인 단서를 제공하게 된다고 하였다. 즉, 어렵하기 능력의 발달은 유아가 수학적 인지과정에 기초하여 수에 관한 조작, 탐색 및 수에 관한 생각을 검증해 보는 구체적 기회의 제공과 연관성이 높다. 유아의 수 판단능력에 도움이 되는 인지과정에 대하여 Saxe(1979), Klahr와 Wallace(1973), Gelman(1972), Schuffer, Eggleston과 Scott(1974)등은 수의 지각적 감지는 3 이하의 적은 수의 판단에 영향을 주는 한 변인으로 보고 있다. 그러나 큰 수의 판단은 수의 내면화 과정이나 일대일 대응 등의 수의 추리력에 기초한다고 제안하고 있다. Siegel, Goldsmith와 Madson (1982)도 7세의 아동은 수의 집합에 대한 어렵하기에 기준수의 집합크기를 판단하는 기준으로 정신적 영상 즉 내면화된 수량화 지각판단치(a internalized perceptual anchor)를 사용한다고 제안하고 있다. 그러나 유치원기 유아에 관한 연구에서 Fuson과 Hall(1983)은 10이상의 수에서도 내면화된 지각판단치를 사용할 수 없다고 가정하고 있다. Schaeffer, Eggleston과 Scott(1974), Siegel과 Robinstein (1982)의 연구에 의하면, 유아들은 10 이하의 수 판단을 위하여 5를 참고의 수로 사용하여 추론한다고 밝히고 있다. 덧붙여 유아들은 5에 관한 정신적 영상을 갖고 8등의 수 판단에 사용한다고 제안하고 있다. Crites(1992)도 초등학교 아동은 비교한 결과, 어렵하기 능력이 낮으면 지각적 감지의 전략을 사용하나, 어렵하기

능력이 높으면 수 판단기준(benchmark)을 사용하거나 수 판단기준과 비교하여 수를 재구성 혹은 분리 구성하는 전략의 어렵하기 기술을 사용한다고 밝히고 있다. 즉, 유아의 수학적 인지과정에 도움을 주는 지각판단치가 되는 수의 제시나 수크기 순서에 의한 제시는 수량화 어렵하기 능력의 사고전략의 사용과 발달을 촉진한다고 선행연구에 기초하여 설명할 수 있다. 결과적으로 직관적 혹은 지각적 감지나 정확한 수세기를 할 수 없는 상황에서 수에 대한 다양한 표상의 과정으로 수세기의 한계를 극복하는 인지과정이 어렵하기의 과정이다(Klahr & Wallace, 1973; Newman, 1984)

선행연구들에 의하면 어렵하기 능력이 있는 유아들은 수감각이나 수세기 능력이 높은 것으로 나타나고 있으며, 유아의 어렵하기 능력은 수학적 사고의 발달의 중요한 부분으로 유아의 수학교육이나 실제 생활에서 기초적인 요인임을 알 수 있다.

방 법

연구 대상

본 연구의 대상은 서울 시내에 은평구에 소재한 비유치원 유아 100명을 대상으로 1에서 15의 수세기가 가능한 4세 유아 50명(남아 26명, 여아 24명)과 5세 유아 50명(남아 25명, 여아 25명)이다. 대상 유아의 각 연령의 평균 연령은 만 4세는 4년 8개월, 표준편차 3.52(남아 평균 4년 9개월, 표준편차 4.23 여아: 4년 8개월, 표준편차 2.44), 만 5세는 5년 9개월, 표준편차 3.87(남아: 5년 8개

월, 표준편차, 3.61 여아 5년 9개월, 표준편차 4.14)이다.

연구 도구

본 연구도구는 Baroody와 Gatzke(1991)의 수집합 어렵하기 능력에 관한 연구에서 사용한 도구를 근거로 4, 5세 유아 각각 5명에 의한 예비연구에 기초하여 구성하였다. 연구도구는 지각판단치를 제시하는 방법의 유무와 유형에 따라 지각판단치가 제시되지 않은 무순배열 수카드와 지각판단치가 제시되고 유형이 다른 일렬과 집합배열의 수카드로 구성하였다. 수를 표시하는 점 3, 5, 8, 10, 12, 15, 25, 35개를 무순, 일렬, 집합배열로 구성한 카드(21×12.7cm) 24장이다. 무순배열의 카드는 점을 순서 없이 표시하였고, 일렬배열은 점 5까지가 한 줄로 되도록 배열하였으며, 집합배열은 5미만의 수는 3씩, 5이상의 수는 5씩 집합을 구성하여 표시하였다.

연구 과정

개별면접으로 검사자는 수세기를 통한 래포를 형성한 후 유아에게 3 종류의 카드를 무순으로 수크기 순으로 3초씩 제시하고 다음과 같은 수 어렵하기의 질문을 하였다. "몇 개정도로 보이니?", "약 몇 개가 있을까?", "대략 몇 개가 있는 것 같니?" 유아의 반응에 대하여 "생각을 참 잘했구나.", "좋은 생각이야."의 중립적 응답을 하고 기록하였다. 유아의 반응은 Siegel, Goldsmith과 Madson(1982), Walle와 Thompson(1985), 정재은(1996)의 연구를 기초로 정확한 어렵하

표 1. 어렵하기 능력 3단계 분석 기준

수 \ 백 분 율	정확한 어렵하기	적당한 어렵하기	부적당한 어렵하기
3	2, 3, 4	1, 5	그 외의 수
5	4, 5, 6	3, 7	"
8	6, 7, 8, 9, 10	4, 5, 11, 12	"
10	8, 9, 10, 11, 12	5, 6, 7, 13, 14, 15	"
12	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	6, 7, 8, 16, 17, 18	"
15	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19	8, 9, 10, 20, 21, 22	"
25	19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31	13, 14, 15, 16, 17, 18, 32, 33, 34, 35, 36, 37	"
35	26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44	18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52	"

기, 적당한 어렵하기, 어렵하지 못하기로 구분하였다. 부적당한 어렵하기는 제시한 수의 50%이상에서 $\pm 100\%$ 이상의 해당수로 어렵하기, 적당한 어렵하기로 제시한 수의 $\pm 25\%$ 이상 $\pm 50\%$ 미만의 해당수로 어렵하기, 정확한 어렵하기로 제시한 수의 0%와 0%이상 $\pm 25\%$ 의 해당수로 어렵하기, 어렵하기 능력 3단계의 분석 기준은 표1과 같다.

자료 분석

유아의 수 어렵하기 능력은 부적당한 어렵하기는 1점, 적당한 어렵하기는 2점, 정확한 어렵하기는 3점으로 점수화한 후 연령, 수크기, 제시방법에 의하여 수크기와 제시방법의 반복측정에 의한 삼원 변량 분석을 하였다. 어렵하기 점수를 산출한 후 각 수준 점수의 ± 0.1 이내는 정확한 각 수준으로, ± 0.11 과 0.39 이내는 근접한 수준으로, ± 0.4 는 각 수준의 중간

으로 분석하였다. 수크기와 제시방법에 의하여 각 수에 의한 Duncan 검증으로 사후검증을 하였다.

결 과

유아의 수에 대한 어렵하기 능력을 연령, 수크기와 제시방법에 의하여 분석한 결과는 다음과 같다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력 연령, 수크기, 제시방법에 의하여 어떠한 차이가 있는지 알아보기 위해 점수를 살펴보면 다음 표2와 같다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력의 연령별 수크기와 제시방법을 살펴보면, 수 3에 대하여 4세 유아는 무순의 제시방법의 평균은 2.96, 일렬의 제시방법은 3.00, 집합의 제시방법은 2.92로 제시방법 모두 정확한 어렵하기로 나타났으나

일렬의 제시방법의 점수가 제일 높았으며, 5세 유아는 무순의 제시방법은 3.00, 일렬의 제시방법은 2.98, 집합의 제시방법은 2.92로 모두 정확한 어렵하기로 나타났으나 무순 제시방법의 점수가 제일 높았다. 전체적으로 4, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.98, 일렬의 제시방법은 2.99, 집합의 제시방법은 2.92로 모두 정확한 어렵하기로 나타났다.

수 5에 대하여 4세 유아는 무순의 제시방법은 2.74, 일렬의 제시방법은 2.72, 집합의 제시방법은 2.80으로 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났으며 집합의 제시방법의 점수가 조금 더 높았으며, 5세 유아는 무순의 제시방법은 2.94, 일렬의 제시방법은 3.00, 집합의 제시방법은 2.88로 무순의 제시방법과 일렬의 제시방법은 정확한 어렵하기로 나타났으나, 집합의 제시방법은 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났다. 전체적으로 4, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.84, 일렬의 제시방법은 2.86, 집합의 제시방법은 2.84로 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났다.

수 8에 대하여 4세 유아는 무순의 제

시방법은 2.70, 일렬의 제시방법은 2.70, 집합의 제시방법은 2.60으로 무순과 일렬의 제시방법은 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났으나, 집합의 제시방법은 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 점수로 나타났으며, 5세 유아는 무순의 제시방법은 2.84, 일렬의 제시방법은 2.88, 집합의 제시방법은 2.96으로 나타나, 집합의 제시방법은 정확한 어렵하기로 나타났으나, 무순과 일렬의 제시방법은 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났다. 전체적으로 4, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.77, 일렬의 제시방법은 2.79, 집합의 제시방법은 2.78로 제시방법 모두 정확한 어렵하기에 근접한 점수가 나타나고 있다.

수 10에 대하여 4세 유아는 무순의 제시방법은 2.26, 일렬의 제시방법은 2.26, 집합의 제시방법은 2.34로 모두 적당한 어렵하기에 근접한 점수로 나타났으며, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.40, 일렬의 제시방법은 2.92, 집합의 제시방법은 2.74로 일렬의 제시방법은 정확한 어렵하기로 나타났으나, 집합의 제시방법은 정확한 어렵하기에 근접하였고, 무순

표 2. 수에 대한 어렵하기의 연령, 수의 크기와 제시방법에 의한 점수 및 표준편차

	4세 (N= 50)						5세 (N= 50)						전체 (N= 100)					
	무순		일렬		집합		무순		일렬		집합		무순		일렬		집합	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
3	2.96	0.1979	3.00	0.0000	2.92	0.3404	3.00	0.0000	2.98	0.1414	2.92	0.3958	2.98	0.1407	2.99	0.1000	2.92	0.3673
5	2.74	0.5996	2.72	0.7010	2.80	0.5345	2.94	0.2398	3.00	0.0000	2.88	0.4351	2.84	0.4653	2.86	0.5128	2.84	0.4865
8	2.70	0.5802	2.70	0.7071	2.60	0.7284	2.84	0.4218	2.88	0.4797	2.96	0.1979	2.77	0.5096	2.79	0.6079	2.78	0.5610
10	2.26	0.7774	2.26	0.8283	2.34	0.8478	2.40	0.8329	2.92	0.2740	2.74	0.6327	2.33	0.8047	2.59	0.6976	2.54	0.7709
12	2.38	0.8053	2.44	0.7045	2.48	0.7068	2.46	0.8134	2.60	0.7284	2.68	0.6207	2.42	0.8062	2.52	0.7174	2.58	0.6693
15	1.98	0.7951	2.06	0.7669	2.00	0.6998	2.26	0.5996	2.66	0.6580	2.40	0.7824	2.12	0.7146	2.36	0.7722	2.20	0.7654
25	1.54	0.7879	1.62	0.8780	1.88	0.9178	1.92	0.9222	2.04	0.9680	2.12	0.8485	1.73	0.8744	1.83	0.9433	2.00	0.8876
35	1.62	0.6667	1.54	0.6455	1.50	0.7071	1.88	0.7461	2.12	0.8425	2.10	0.9741	1.75	0.7159	1.83	0.8047	1.80	0.8989

의 제시방법은 적당한 어렵하기와 정확한 어렵하기의 중간으로 나타났다. 전체적으로 4, 5세의 경우 무순의 제시방법은 2.33, 일렬의 제시방법은 2.59, 집합의 제시방법은 2.54로 무순의 제시방법은 적당한 어렵하기의 근접한 높은 점수로 나타났으나, 일렬과 집합의 제시방법은 적당한 어렵하기와 정확한 어렵하기의 중간점수로 나타났다.

수 12에 대하여 4세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.38, 일렬의 제시방법은 2.44, 집합의 제시방법은 2.48로 모두 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간으로 나타났으며, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.46, 일렬의 제시방법은 2.60, 집합의 제시방법은 2.68로 제시방법 모두 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간으로 나타났다. 전체적으로 4, 5세의 경우 무순의 제시방법은 2.42, 일렬의 제시방법은 2.52, 집합의 제시방법은 2.58로 모두 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간점수로 나타났다.

수 15에 대하여 4세 유아의 경우 무순의 제시방법은 1.98, 일렬의 제시방법은 2.06, 집합의 제시방법은 2.00으로 모두 적당한 어렵하기로 나타났으며, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 2.26, 일렬의 제시방법은 2.66, 집합의 제시방법은 2.40으로 일렬과 집합의 제시방법은 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간으로 나타났으며, 무순의 제시방법은 적당한 어렵하기로 나타났다. 4, 5세 전체적으로 보면 무순의 방법은 2.12, 일렬의 방법은 2.36, 집합의 방법은 2.20으로 적당한 어렵하기에 근접한 높은 점수로 나타났다.

수 25에 대하여 4세 유아의 경우 무순의 제시방법은 1.54, 일렬의 제시방법은 1.62, 집합의 제시방법은 1.88로 무순의 제시방법은 부정확한 어렵하기에 근접한 점수로 나타났으며, 일렬의 제시방법과 집합의 제시방법은 적당한 어렵하기와 부정확한 어렵하기의 중간으로 나타났으며, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 1.92, 일렬의 제시방법은 2.04, 집합의 제시방법은 2.12로 무순의 제시방법, 일렬의 제시방법과 집합의 제시방법 모두 적당한 어렵하기로 나타났다. 4, 5세 전체적으로 보면 무순의 방법은 1.73, 일렬의 방법은 1.83, 집합의 방법은 2.00으로 무순의 제시방법과 일렬의 제시방법은 적당한 어렵하기에 근접한 낮은 점수로 나타났고, 집합의 제시방법은 적당한 어렵하기 점수로 나타났다.

수 35에 대하여 4세 유아의 경우 무순의 제시방법은 1.62, 일렬의 제시방법은 1.54, 집합의 제시방법은 1.50으로 무순의 제시방법, 일렬의 제시방법과 집합의 제시방법은 모두 적당한 어렵하기와 부정확한 어렵하기의 중간 점수로 나타났으며, 5세 유아의 경우 무순의 제시방법은 1.88, 일렬의 제시방법은 2.12, 집합의 제시방법은 2.10으로 무순의 제시방법, 일렬의 제시방법, 집합의 제시방법 모두 적당한 어렵하기에 근접한 점수로 나타났다. 4, 5세 유아 전체적으로 보면 무순의 방법은 1.75, 일렬의 방법은 1.83, 집합의 제시방법은 1.80으로 적당한 어렵하기에 근접한 점수로 나타났다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력이 연령과 수크기 및 제시방법에 따라 유의한 차이가 있는지 알아보기 위한 General

표 3. 유아의 수에 대한 능력의 연령과 수의 크기 및 제시방법에 따른 General Linear Model분석

변량원	자유도	자승화	평균자승화	F	P
연령	1	46.2037	46.2037	19.18	0.001***
집단내	98	236.1008	2.4091		
수크기	7	410.6529	58.6647	130.60	0.001***
연령 X 수크기	7	13.8262	1.9751	4.40	0.001***
수크기 X 집단내	686	308.1458	0.4491		
제시방법	2	5.0808	2.5404	5.87	0.005**
연령 X 제시방법	2	2.8225	1.4112	3.26	0.05*
제시방법 X 집단내	196	84.8466	0.4328		
수크기 X 제시방법	14	7.4058	0.5289	1.74	0.05*
연령 X 수크기 X 제시방법	14	5.5575	0.3969	1.30	
오차	1372	418.2866	0.3048		
전체	2399	1538.9295			

Linear Model 분석은 표3과 같다.

표3에서 살펴보면 수에 대한 어렵하기 능력이 연령에 따라 $p<.001$ 에서 의미있는 차이를 보였으며, 수크기에 의하여서도 $p<.001$ 에서 의미있는 차이를 보이고 있으며, 연령과 수크기에 의한 상호작용 효과는 $p<.001$ 에서 의미있는 차이를 보이고 있다. 제시 방법에 의하여서는 $p<.005$ 에서 의미있는 차이를 보이고 있으며 연령과 제시방법에 의한 상호작용 효과는 $p<.05$ 에서 유의한 차이를 보이고 있고, 수크기와 제시방법에 의한 상호작용 효과는 $p<.05$ 에서 유의한 차이를 보이고 있다. 그러나 연령, 수크기와 제시방법에 의한 상호작용 효과는 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉 연령과 수크기, 제시방법은 수에 대한 어렵하기 능력에 영향을 주는 주요한 변인이 되며, 4세와 5세의 연령에 따라 제시방법이 수에 대한 어렵하기 능력에 영향을 주고 4, 5세 유아 모두의 어렵하기 능력에 수가 커질수록 제시방법이 영향을 주는 변인이 됨을 알 수 있다. 그러나 전체 연령과 수크기,

제시방법에 대한 상호작용은 없는 것으로 나타났다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력이 수크기와 제시방법에 따라 4세와 5세아의 연령별 및 전체에서 차이가 있는지 Duncan 검증을 통하여 살펴보았다.

표 4. 수크기와 제시방법에 따른 4세아 수에 대한 어렵하기 능력의 Duncan검증표

수크기	무순	일렬	집합
	Duncan	Duncan	Duncan
3	A	A	A
5	B	B	B
8	B	B	C
12	C	C	D
10	D	D	E
15	E	E	F
35	F	F	F
25	F	F	G

표4에 의하면, 4세 유아의 수크기에 대한 어렵하기 능력은 무순의 제시방법이었을 때 수 3과 5에서 차이가 있으며, 수 8과 12, 수 10과 12, 수 10과 15, 수 15와 35에서 각각 차이가 나타났다.

그러나 수 5와 8, 수 35와 25는 각각 동일한 어려움하기를 나타내고 있다. 일렬의 제시방법은 수 3과 5에서 차이가 있으며, 수 8과 12, 수 10과 12, 수 10과 15, 수 15와 25이상에 대하여 각각 어려움하기에 차이가 나타났다. 그러나 수 5와 8, 수 25와 35는 동일한 어려움하기를 나타내고 있다.

집합의 제시방법은 수 3과 5, 수 5와 8, 수 8과 12, 수 10과 12, 수 10과 15, 수 25와 35는 각각 어려움하기에 차이가 있으나, 수 15와 35는 동일한 어려움하기를 나타내고 있다.

표 5. 수크기와 제시방법에 따른 5세아 수에 대한 어려움하기 능력의 Duncan 검증표

수크기	무순	일렬	집합
	Duncan	Duncan	Duncan
3	A	A	A
5	A	A	A
8	A	A	A
12	B	A	B
10	B	B	B
15	C	B	C
25	D	C	D
35	D	C	D

표5에 의하면, 5세 유아의 수크기에 대한 어려움하기 능력은 무순의 제시 방법에서 수 8과 12, 수 10과 15, 수 15와 25 사이에는 어려움하기에 차이가 있다. 그러나 수 3에서 수 8까지, 수 10과 12, 수 25와 35는 각각 동일한 어려움하기를 나타내고 있다. 일렬의 제시방법은 수 10과 12와 수 12와 15 간에 각각 어려움하기에 차이가 있으나, 수 3에서 수 10까지의 수와 12와 15, 수 25와 35는 각각 동일

한 어려움하기를 나타내고 있다. 집합의 제시방법은 수 8과 12, 수 10과 15, 수 15와 25 사이에서 각각 어려움하기에 차이가 있으나, 수 3에서 수 8의 수와 12와 10의 수, 25와 35의 수는 각각 동일한 어려움하기를 나타내고 있다.

표 6. 수크기와 제시방법에 따른 유아의 수에 대한 어려움하기 능력의 Duncan 검증표

수크기	무순	일렬	집합
	Duncan	Duncan	Duncan
3	A	A	A
5	B	B	A
8	B	B	A
12	C	C	B
10	C	C	B
15	D	D	C
35	E	E	D
25	E	E	E

표6에 의하면, 4, 5세 전체 유아의 수에 대한 능력이 제시방법에 따라 달라지는 형태를 살펴보면, 유아의 수에 대한 어려움하기 능력은 무순의 제시방법에서 수 3과 5, 수 8과 12, 수 10과 15, 수 15와 35사이에 각각 어려움하기에 차이가 있으며, 수 5와 8, 수 10과 12, 수 25와 35는 각각 동일한 어려움하기를 나타내고 있다. 일렬의 제시방법이었을 때 수 3과 5, 수 8과 12, 수 10과 15, 수 15와 35는 각각 어려움하기에 차이를 나타내고 있으며, 수 5와 8, 수 10과 12, 수 25와 35는 각각 동일한 어려움하기를 나타내고 있다. 집합의 제시방법이었을 때 수 8과 12, 수 10과 15, 수 15와 25, 수 15와

35는 각각 어렵하기에 차이가 있으나, 수 3에서 8까지의 수, 수 10과 12는 각각 동일한 어렵하기를 나타내고 있다.

표 7. 수의 제시방법에 따른 유아의 수에 대한 어렵하기 능력의 Duncan 검증표

	4세	5세	전체
제시방법	Duncan	Duncan	Duncan
집합	A	A	A
일렬	A	A	A
무순	A	B	B

표 7에 의하여 유아의 어렵하기 능력이 제시방법에 따라 차이가 있는지 살펴보면, 4세의 경우 집합과 일렬, 무순에 의한 제시방법에 따라 차이가 없는 것으로 나타났고, 5세아의 경우 일렬에 의한 제시방법과 집합에 의한 제시방법은 동일한 어렵하기를 하는 것으로 나타났으나, 무순에 의한 제시방법은 어렵하기에 낮은 능력이 나타나 차이가 있는 것으로 나타났다. 전체적으로 유아들은 일렬과 집합에 의한 제시방법에 차이가 없으나, 무순에 의한 제시방법과는 어렵하기 능력이 차이가 없게 나타났다.

논의 및 결론

본 연구에서 만 4, 5세 유아의 수에 대한 어렵하기 능력을 연령, 수크기, 수의 제시방법에 따라 나타난 연구결과 대한 논의 및 제언을 연구문제에 비추어 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 유아의 수 어렵하기 능력은 연령 따라 의미있는 차이를 보였으며, 4세 유

아는 수 3은 정확한 어렵하기를 하였고, 수 5와 8은 높은 정확한 어렵하기에 근접한 능력을 보였으며, 수 10에서 12는 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 수준이 나타났다. 수 15는 적당한 어렵하기보다 약간 낮은 능력이 나타났으며, 수 25와 35는 적당한 어렵하기와 부적당한 어렵하기의 중간 수준이 나타났다. 5세 유아는 수 3, 5, 8까지 정확한 어렵하기를 하였으며, 수 10, 12, 15에서도 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 수준의 능력이 나타났다. 수 25와 수 35에서는 적당한 어렵하기의 능력이 나타났다. 본 연구에서 4세아는 수 8까지 정확한 어렵하기 능력이 있고, 5세아는 수 10정도까지 정확한 어렵하기 능력이 있다는 결과는 신은수(1998)의 연구와 Baroody와 Gatzke(1991)의 연구에서 유아에게 10정도의 수량 어렵하기 능력이 있다는 연구와 일치하는 것으로 볼 수 있다. 그러나 일렬배열과 집합배열의 수량화 판단치를 적용한 어렵하기 능력이 무순배열보다 높게 나타나는 것은 유아의 잠재적 어렵하기 능력이 높다는 것을 시사하고 있다.

둘째, 수의 제시방법은 유아의 수에 대한 어렵하기 능력에 의미있는 차이를 나타나게 하였으며, 일렬로 제시하는 방법과 집합으로 제시하는 방법이 무순으로 제시하는 방법보다 어렵하기에 높은 능력이 나타났다. 연령별로 수의 제시방법에 의한 차이를 살펴보면, 4세아는 무순으로 제시하는 방법, 일렬로 제시하는 방법과 집합으로 제시하는 방법에는 차이가 없는 것으로 나타났으나, 5세아는 무순으로 제시하는 방법이 일렬로 제시하는 방법과

집합으로 제시하는 방법보다 낮은 어렵하기 능력이 나타났다. 유아의 어렵하기 능력은 수크기가 커지면서 수의 제시방법 따른 차이가 많이 나타났다. 4세아의 경우는 수 10이상의 수에서 일렬과 집합의 제시방법이 무순의 제시방법보다 어렵하기에 높은 능력이 나타났으며, 5세아의 경우 수 12이상의 수에서 일렬과 집합의 제시방법이 무순의 제시방법보다 유아의 어렵하기에 도움을 주는 것으로 나타났다. 본 결과는 Crites(1992)가 어렵하기에 수량화 지각판단치가 되는 수의 제시는 수량화 어렵하기 능력의 발달을 촉진한다는 결과와 일치하고 있다.

셋째, 유아의 어렵하기 능력은 수크기와 제시방법에 영향을 받았으며, 유아들은 수의 지각적 감지에 의한 판단이 가능한 8이하의 수보다 수학적 판단이 요구되는 10에서 15의 수에 제시방법의 영향이 크게 나타났으며, 수학적 판단이 불가능한 수 25이상의 수에서는 제시방법에 따른 영향이 낮게 나타났다. 본 연구의 결과는 수량화 지각판단치를 적용하여 수를 집합으로 묶거나 순서적으로 배열하면 4세아는 12이하의 수까지, 5세아는 15이하의 수까지 어렵하기 능력이 증진됨이 밝혀졌다. 본 연구의 결과는 Schaeffer, Eggleston과 Scott(1974), Siegel과 Robinstein(1982)의 연구인 유아들에게 10 이하의 수의 판단에 5가 수추론을 위한 참고의 수로 도움이 되며, Crites(1992)가 어렵하기에 수량화 지각판단치가 되는 수의 제시, 수크기 순서에 의한 제시는 수량화 어렵하기 능력의 발달을 촉진한다는 결과를 지지하고 있다.

본 연구에서 밝혀진 결과로 토대로 다

음과 같이 제언을 하고자 한다.

첫째, 유아교육 현장에서 제공하는 수량 어렵하기 활동에는 4세아를 위하여 수 10이상의 12까지, 5세아를 위하여 수 15까지 포함되는 것이 발달적으로 적합하다고 볼 수 있다. 즉, 유아에게 수량화 지각판단치를 적용한 12에서 15까지의 적당한 어렵하기가 가능한 수학활동을 통한 수학교육 과정의 모색이 요구됨이 밝혀졌다.

둘째, 유아의 어렵하기 능력을 촉진하기 위하여 수량 제시방법과 교수자료의 구성시 수량화 지각판단치의 활용이 교육적 효과가 있음을 제안한다. 즉, 유아에게 수 판단의 기준이 되는 수의 제시, 수추론의 참고가 되는 판단기준의 사용, 수의 순서적 제시의 활용을 유아의 수학활동과 교수원리에 적용할 수 있다.

셋째, 유치원 현장에서 적용되는 유아의 수학적 개념과 어렵하기 능력에 관한 상관연구와 어렵하기 능력을 촉진하는 인지적 요인을 밝히는 발달적 후속 연구들이 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 서상숙(1994). 유아의 수세기와 분류능력과의 관계. 원광대학교 석사학위 청구논문.
- 신은수(1998). 유아의 수량화 어렵하기 능력 발달에 관한 연구. 인간발달연구. 5(1), 74-86.
- 정재은(1996). 4, 5세 유아의 어렵하기 능력에 관한 연구: 수량, 길이, 면적에 관하여. 덕성여자대학교 석사학위

청구논문.

- Advance Technology(1989). *Advance skills for chapter1 mathematics: Estimation*. Workshop leader's guide(ERIC Document Reproduction Service No. ED 325 361)
- Ainley, J. (1991). Is there any mathematics in measurement? In D. Pimm & E. Love(Eds.), *Teaching and learning school mathematics* (pp. 69-76). London: Hodder & Stoughton.
- Baroody, A., & Gatzke, M.(1991). The estimation of set size by potentially gifted kindergarten-age children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 59-68.
- Bright, G. W. (1976). Estimation as part of learning to measure. In D. Nelson(Ed.), *Measurement in school mathematics: 1976 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.87-104). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Brown, N. R., & Siegler, R. S. (1993). Metrics and mappings: A framework for understanding real-world quantitative estimation. *Psychological Review*, 100, 511-534.
- Buchanan, A. D.(1978). *Estimation as essential mathematical skill*. SWRL Education Research and Development, Professional Paper 39(Eric Document Reproduction Service No. ED 167 385)
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H, S., Lindquist, M. M., & Rey, R, E(1980). Results of the second NAEP mathematics assessment: Secondary school. *Mathematics Teacher*, 73, 329-338.
- Crites, T. (1992). Skilled and less skilled estimators' strategies for estimating discrete quantities. *The Elementary School Journal*, 92(5), 601-619.
- Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 45-55.
- Forrester, M. A. & Pike, C. D. (1998). Learning to estimate in the mathematics classroom: A conversation-analytic approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 334-356.
- Fuson, K. C. & Hall, J. W. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. In P. Ginsburg(Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.49-107). Orlando: Academic Press.
- Gelman, R.(1972). Logical capacity of very young children: Number invariance rules. *Child Development*,

- 43, 75-90.
- Gelman, R., & Tucker, M. F.(1975). Further investigation of the young child's conception of number. *Child Development*, 46, 167-175.
- Harte, S. W. & Glover, M. J.(1993). Estimation is mathematical thinking. *Arithmetic Teacher*, 41, 75-77.
- Klahr, D., & Wallace, J. G.(1973). *Cognitive Development: An Information progress view*. New York: Lawrence Ealbaum Associates.
- Levine, D. R. (1982). Strategy use and estimation ability of college students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 350-359.
- National Council of Supervisors of Mathematics(1978). Position statements on basic skill. *Mathematics Teacher*, 71, 147-152.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston. VA:NCTM.
- Newman, R. S.(1984). Children's numerical skill and judgement of confidence in estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 37, 107-123.
- Newman, R. S. & Berger, C. F.(1984). Children's numerical estimation: Flexibility in the use of counting. *Journal of Educational Psychology*, 76, 55-64
- Piaget, J.(1952). *The child's conception of number*. New York : Norton.
- Reys, R. E., & Bestgen, J. B.(1981). Teaching and assessing computational estimation skills. *The Elementary School Journal*, 82, 117-127.
- Reys, R. E., & Reys, R. E.(1986). Mental computation and computational estimation-their time has come. *Arithmetic Teacher*, 33(7), 4-5.
- Reys, R. E., Bestgen, J. B., Rybolt, J. F., & Wyatt, J. W.(1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 183-201.
- Rudolph, M., & Cohen, D. H.(1984). *Kindergarten and early schooling*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Saxe, G. B.(1979). Developmental relations between notational counting and number conservation. *Child Development*, 50, 180-187.
- Saxe, G. B., & Sicilian, S.(1981). Children's interpretation of their counting accuracy: A developmental analysis. *Child Development*, 53(2), 1330-1332.
- Schuffer, B., Eggleston, V. H., &

- Scott, J. L.(1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R.(1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 211- 232.
- Siegel, A. W., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H. W. Reese & L. P. Lipsitt(Eds.), *Advances in child development and behavior*(Vol. 1, pp.241-312). New York: Academic Press.
- Smart, J. R.(1982). Estimation skill in mathematics. *School science and Mathematics*, 82, 642-649.
- Sowder, J. T.(1989). Developing understanding of computational estimation. *Arithmetic Teacher*, 36(5), 25-27.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp 371-389). New York:Macmillan.
- Walle, J. V., & Thompson, C. S.(1985). Estimate how much. *Arithmetic Teacher*, 33, 4-8.
- Willoughby, S. S.(1990). *Mathematics education for a changing world*. Alexander, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Effects of the Internalized Perceptual Anchor on Children's Quantitative Estimation

Eunsoo Shin

Department of Early Childhood Education

Duksung Women's University

This study examined effects of the internalized perceptual anchor on quantitative estimation in four- and five-year-old children. 100 subjects were asked to estimate three types of arrangement in the number of dots from 3 to 35. The types of arrangement were the linear and the set arrangement used by the internalized perceptual anchor, and the random arrangement in the number of dots. Four-year-old children were able to estimate accurately from 3 to 8, and to estimate reasonably from 10 to 12. Five-year-old children were able to estimate accurately from 3 to 12, and to estimate reasonably on 15. The linear and the set arrangement were more effective than the random arrangement for children's quantitative estimation. The results suggest the mathematic education program based on children's quantitative estimation used by the internalized perceptual anchor.

Key Words: quantitative estimation • a internalized perceptual anchor • mathematic education