

# 유아의 수량화 어렵하기 능력 발달에 관한 연구

신 은 수

덕성여자대학교 유아교육과

본 연구는 유아의 수학적 능력 중 수학적 문제해결 능력에 필요한 수량화의 판단 및 이해 요인인 수량화 어렵하기(estimation) 능력의 발달에 관한 실험 연구이다. 연구대상은 4세아 50명과 5세아 50명의 총 100명을 대상으로 수의 크기에 의한 어렵하기 능력을 분석하였다. 유아의 어렵하기 능력은 부적당한 어렵하기, 적당한 어렵하기, 정확한 어렵하기의 수준으로 구분하여 연령과 수의 크기에 의하여 분석하였다. 연구의 결과, 유아의 어렵하기 능력은 발달적 차이가 있으며, 5세아의 어렵하기 능력이 4세아 보다 높게 나타났다. 유아의 어렵하기 능력에 수의 크기가 미치는 영향을 살펴보면, 유아들은 수의 지각적 판단이 가능한 수 3, 5, 8, 수학적 판단이 가능한 수인 10, 12, 15, 그리고 수학적 판단이 불가능한 수 25이상의 수에 차이가 나타났다. 본 연구의 결과는 4세아는 8이하의 정확한 어렵하기 수와 12이하의 적당한 어렵하기가 가능한 수량화가 포함된 활동, 5세아는 12이하의 수의 정확한 어렵하기와 15이하의 적당한 어렵하기가 가능한 수학 활동을 통한 수학교육 과정의 모색이 요구됨이 밝혀졌다.

**핵심어 : 어렵하기 • 수량 • 수량화 • 수학교육과정**

## 서 론

유아의 수학적 능력은 단순한 계산 이상의 논리적 사고력으로 정의되며, Harte와 Glover(1993)는 실제생활의 문제와 상황들은 측정이나 계산보다는 추론능력의 한 부분인 어렵하기(estimation)의 능력을 포함한 해결과정이 많다고 제안하고 있다.

수학교육에 관한 연구자들은 계산이

수학의 기초 기술임을 인정하지만 단순한 계산 이상이며 계산 학습의 역할은 일상 생활에서 수학을 사용하는 능력을 키우는 것으로 생활과 고립된 계산 능력은 사회 생활에 유용하지 않다고 주장하고 있다(NCTM, 1989; NCSM, 1978). 특히 유아에게 제시되는 단순한 계산 학습의 가장 큰 위험 중의 하나는 유아가 계산에 포함된 수의 크기나 속성등을 이해하지 못한다고 생각하고 단순한 계산 알고리즘

을 반복적으로 따라 하도록 하는 것이다. 이러한 수학교육의 접근은 유아들의 수감각이 결핍 되었다고 인식하고 수학을 발견, 발명의 학문이 아닌 형식적이고 지시적인 것으로 보고 있음을 보여준다(Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist, & Rey, 1980).

전통적인 수학교육 접근에 반하여 유아의 수학교육의 새로운 방향을 제공하는 미국의 수학교사 협회의 행동 요강은 수학 프로그램의 모든 영역에 규칙적이고 체계적인 어렵하기 활동을 포함시켜야 하고, 특히 답이 합리적인가를 평가할 때에 어렵하기 기술을 유아들이 사용하도록 촉진시켜야 함을 강조하고 있다(Reys, Bestgen, Rybolt, & Wyatt, 1982; NCTM, 1989; Smart, 1982).

Reys와 Reys(1986)는 유아의 수학교육에서 어렵하기의 중요성이 강조되는 주요 이유는 수학교육과정에 대한 사회적 요구로 수학이 적용되는 약 90%정도의 일상 생활에서는 학교에서 교육하는 지필 계산이 아닌 암산과 어렵하기가 사용된다고 하였다. 현재, 계산기와 컴퓨터 사용의 확대는 기계에서 산출된 답이 타당한가를 판단하도록 하는 것이 수학교육의 중요한 새로운 문제가 되었고, 유아들은 스스로 절차를 개발하고 기계에서 산출한 답의 타당성을 평가하고 해석하는 어렵하기를 일반적으로 더 많이 경험하게 되었다. 유아가 수학적 상황에서 접하는 어렵하기는 답의 타당성을 체크해 줄 뿐만 아니라 수에 대한 감각을 발달시키는데 도움이 될 수 있다. 즉 어렵하기를 배우는 것은 수의 크기와 순서, 수의 속성, 연산의 의미 등을 배우는 방법이 될 수 있으며, 수에 대해 직접적으로 어렵하는 것은 수감각

발달을 위한 가장 효과적인 방법임을 많은 연구자들이 강조해 왔다(Reys & Bestgen, 1981; NCTM, 1989).

수학교육에서 많은 연구들이 어렵하기의 중요성을 강조해 왔지만 어렵하기는 수학 교육과정에서 무시되어온 영역 중의 하나였으며(Buchanan, 1978), 지금까지 어렵하기의 기술적 측면, 특히 양에 관한 어렵하기 기술에 관한 연구들은 거의 없었다(Baroody & Gatzke, 1991). 우리나라에서도 유아 수학교육 및 수학적 능력 발달에 관한 영역에서 어렵하기에 관한 연구가 거의 없으며, 유치원 교육현장에서 어렵하기 교수의 적용을 통한 수학교육은 거의 드물었다(정재은, 1996). 본 연구는 우리나라 유아의 수에 대한 어렵하기 능력을 연령과 수의 크기에 따른 발달적 차이를 통하여 살펴봄으로써 유아 수학교육을 위한 어렵하기 능력의 기초 자료를 제공하고 어렵하기 교육활동의 교수방법과 내용에 관한 방향 모색에 연구의 목적을 둔다.

본 연구의 연구문제는 다음과 같다.

- 첫째, 유아의 수에 대한 어렵하기 능력은 연령에 의하여 어떠한 차이가 있는가?
- 둘째, 유아의 수에 대한 어렵하기 능력은 수의 크기에 의하여 어떠한 차이가 있는가?

## 유아의 수학적 능력 발달과 어렵하기 능력과의 관계

수학은 본질적으로 심적 조작이며 개인의 적용 양식과 관계되어 있으며 수학은 패턴과 관계로 이루어져 있는 추상적인 영역이다. 즉, 수학이란 수와 상정을 사용해서 양(quantities)과 관련성(relations)

을 학습하는 학문이다(Rudolph & Cohen, 1984). 이러한 정의에 의한 수학 교육의 첫 출발은 수개념 형성으로부터 시작되는 것이나, '수'는 추상적이며 구체성이 없는 '개념'으로 구체적 사고를 하는 유아에게는 어려운 영역으로 생각되었다(서상숙, 1994; Gelman, 1972).

유아의 수학적 능력 중 어림하기의 능력은 수량화를 통하여 수의 값, 양, 크기, 무게에 대해 판단하거나 의견을 형성하는 것으로 수세기 또는 측정 문제를 해결하는 과정이다(Smart, 1982). 수의 어림하기 능력은 유아의 수량화 판단이나 의견에 대한 합리적인 추측으로 실제 값에 가까운 타당한 값을 결정하는 것이다. 따라서 어림한 수와 실제 수 간의 관계에 대한 수량적 감각을 가지는 것이 중요하다. 특히 수의 관계에 대한 통찰과 감각이 필요하고 이러한 능력은 어림한 수나 양이 과대 혹은 과소로 추론되었는지 알고자 할 때 유용하다.

유아의 수량화 능력의 발달에 관한 최근의 연구들은 유아의 수학적 추론 능력과 수세기에 대한 새로운 관점을 제시하고 있다. Gelman등의 연구를 통하여 유아도 구체적 조작기의 아동에 못지 않은 수의 추론 능력이 있음을 알게 되었으며 이러한 능력은 수세기 활동을 통해 더욱 확장시킬 수 있다고 보았다. 덧붙여 수학적 추론의 정신적 판단 요인에 관하여, Saxe(1979)는 유아들이 1-3개 정도의 적은 수의 집합은 세어 보지 않고 그 수를 정확하게 파악한다는 사실로 수의 지각적 정신 과정을 제안하였다. 이러한 수의 지각적 정신 과정에 관하여 Piaget (1952)와 Klahr와 Wallace(1973) 등은 유아들이 적은 수를 세기 위하여 지각적

과정을 거쳐 수를 판단하는 것은 아직 수에 대한 추리력이 부족한 증거라고 가정하고 있다. 반면에 Gelman(1972)은 적은 수로 된 집합크기를 판단할 때 3, 4세 유아들이 소리내어 수를 센다는 사실에 의하여 유아들이 지각적 과정을 거치지 않는다는 결론을 내릴 수 없고 단지 유아들이 수를 판단하기 위해서 수세기를 사용할 수 있다는 사실을 강조하는 것이라고 하였다. Schuffer, Eggleston과 Scott (1974)도 지각적 과정과 수세기의 과정은 결합되어 사용된다고 하였다. 그러나 지각적 판단을 통하여 수를 판단하는 유아들은 집합에 포함되어지는 갯수가 많아지면 정확한 판단에 한계가 나타나며, 지각적 판단에 의한 수세기 이상의 다른 수학적 추론능력을 사용하게 된다고 볼 수 있다.

유아의 수학적 추론능력에 관한 연구 중 수세기와 수보존 개념 발달간의 관계를 규명한 Saxe(1979)는 학습 무능아 44명을 대상으로 연구한 결과, 유아의 수세기 정확도 수준은 낮지만 수보존을 할 수 있는 능력이 있는 것으로 나타나 수세기 정확도는 수보존 발달에 결정적이지 아니고 일대일 대응 관계의 이해 등 수학적 추론과 관계가 있다고 보고하였다. Gelman과 Tucker(1975)도 3, 4세 유아의 수세기의 능력을 위한 수학적 판단 요인을 밝히기 위하여 집합크기, 노출시간과 함께 연령적 발달 관계에 따른 다양한 수세기 과정을 실험하였다. 그 결과 2, 3, 4, 5개 물체배열의 노출시간이 증가함에 따라서 수세기를 하는 것도 증가하며, 노출시간이 1초 이상일때 3세 유아는 2개와 3개 집합에 대한 수를 정확하게 판단하였고 4세와 5세 유아의 경우는 1초이

내에도 정확하게 판단하였다. 그러나 집합이 4개와 5개인 경우 수학적 판단 과정에 필요한 노출시간이 증가되어야 정확하게 수를 판단할 수 있었다.

Saxe와 Sicilian(1981)도 유아의 큰 집합 수세기의 정확도를 평가하기 위해 5세, 7세, 9세 유아 각각 15명에게 28에서 30개의 콩을 세어보지 않고 판단하게 한 결과 어린 유아는 실제적 정확도와 다르게 자신이 정확하게 세기를 한다고 믿는 경향이 있으나, 나이가 증가할수록 세기 정확도에 따른 유아의 평가가 실제적 세기 정확도와 점차적으로 대응하여 나타났다. 즉, 유아의 수량적 판단력을 위한 추론 능력이 연령이 증가하면서 발달된다고 밝히고 있다.

선행연구들은 유아의 연령이 증가할수록 수세기의 과제 수행 결과가 높게 나타난다고 밝혀 수세기는 유아의 수학적 능력의 주요 요인임을 밝히고 있으나, 유아의 수학적 추론을 위한 수량화 판단에는 수세기 뿐 아니라 수집합 크기의 어렵하기, 수학적 과제의 노출시간, 수량화 판단 등을 위한 수학적 정신과정의 요인도 관련성이 높음을 제시하고 있다.

유아의 어렵하기 능력은 유아가 수에 관한 의사결정을 하기 위해서 근접한 답을 구하는 정신적인 과정으로 문제에 대해 이해하고 이미 알고 있는 것에 새로운 정보를 관련시키고, 답의 타당성을 판단하고 명료화하며 재조정하는 것을 포함한다(Advanced Technology, 1989). Klahr와 Wallace(1973)는 적은 수의 판단은 직관적 과정을 통하여 알 수 있지만, 정확하게 수를 셀 수 없는 상황에서 하게 되는 수에 대한 어렵은 수에 대한 다양한 표상의 과정으로 수세기의 한계를 극복할

수 있는 높은 수준의 인지과정을 반영하고 있다고 하였다(Newman, 1984). 이처럼 수나 양에 대한 어렵하기는 짧은 시간에 수의 양을 결정하거나, 셀 수 없는 연속적인 양을 취급하는 상황에서 전형적으로 만들어진다.

어렵하기는 정확한 수대신에 '약', '근처', '더 근사한', '약간 적다' 등의 용어를 함축하고 있는 어렵수를 사용한다(Buchanan, 1978). "약, 대략(about)"의 의미는 유아에게 대략(근사치) 또는 어렵한 답을 정하여 판단하는 것이다. 유아의 어렵하기 상황에서 가장 어려운 점은 정확한 답에 근접한 수를 답하는 것이 좋은 것이고 정확한 답을 요구하지 않는 것을 납득시키는 것이다. 유아가 수세기보다는 정확하지 않으나 근접한 것을 판단하는 것이 적절한 수학적 판단이라는 생각을 갖게 도와주는 것이 중요하다(Walle & Thompson, 1985). 즉, 수학이란 정확성보다는 더 많은 것을 포함하는 과정임을 인식하면 사물의 수에 대한 어렵하기, 양에 대한 어렵하기는 어린 연령의 수학적 사고 수준에서도 가능하여 수학교수에 쉽게 결합될 수 있다(Walle & Thompson, 1985).

Newman과 Berger(1984)는 유치원과 초등학교 1, 3학년을 대상으로 수세기 기술과 어렵셈 수행 능력간에 관계를 조사한 결과 상관관계가 있는 것으로 나타났다. 이것은 10학년 학생들을 대상으로 수의 어렵셈 능력을 조사한 Newman(1984)의 연구에서 유창한 수세기 기술을 가진 아동이 어렵셈의 정확성이 더 높았다는 결과와 일치하여, 수의 크기를 판단하는 수학적 경험이 유아의 능력의 유창성을 높일 수 있다고 제안할 수 있다.

Sowder(1989)의 연구결과, 어림셈에 능력이 있는 초등학교 아동은 양적인 직관 또는 수감각을 일관성있게 보여준 반면 수용할 수 없는 반응을 한 아동들은 수가 표상하는 양에 관한 개념이 거의 없다고 밝히고 있다.

유아의 어림하기의 수학적 가치와 적용을 위한 내용과 전략에 대하여 Harte와 Glover(1993)에 의하면 어림하기는 문제 이해하기, 이미 알고 있는 정보와 문제를 관계짓기, 합리적으로 판단 확인하기, 판단에 맞추어 수정하기의 과정이다. 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준의 두 주제는 수학적 사고와 물리적 세계 연결을 통한 조합, 아이디어를 분명히 말할 수 있는 의사소통의 과정을 담고 있다. 따라서 유아의 수학적 사고에 기초하여 수학적 판단 과정과 기준을 의사소통하는 과정도 중요하다.

유아의 어림하기 능력의 판단 기준에 관하여, Siegel, Goldsmith와 Madson(1982)은 연구에서 실제적 가치인 정확한 수의  $\pm 50\%$ 안에 있는 수를 답하면 적당한 어림하기 능력이 있는 수준이며,  $\pm 25\%$ 안에 있는 수를 답하면 정확한 어림하기 능력이 있는 수준으로 정의하였다. Walle와 Thompson(1985)은 3개의 물체를 2, 3, 4로 어림하는 것은 좋은 어림하기이고 8개의 물체에서 수 4에서 12 사이에 있는 수가 적당한 어림하기한 수이며 수 6에서 10 사이에 있는 수로 어림을 하면 정확하게 어림하기로 판단하였다. 유아의 어림하기 능력의 발달에 관하여 Baroody와 Gatzke(1991)는 수학적 능력이 우수한 유아의 수집합 크기 어림하기에 관한 연구 결과, 3, 8, 15, 25, 35의 집합의 수 중 '수 8'까지는 실제적 가치의  $25\%$ 안으로 어림하기를 하였지만 15또는 그이상의 큰 집합에서는 대부분

어림하기에 어려움을 갖는다고 제시하고 있다. 한국 유아를 대상으로 정계은(1996)의 연구에서는 4세는 8이하의 수, 5세는 10이하의 수를  $\pm 25\%$ 에서 정확히 어림할 수 있다고 하였으며, 4세아는 12이하의 수, 5세아는 15이하의 수를  $\pm 50\%$ 에서 적당히 어림할 수 있는 능력이 있다고 밝히고 있다.

선행연구들에 의하면 어림하기 능력이 있는 유아들은 수감각이나 수세기 능력이 높은 것으로 나타나고 있으며, 연구에 기초하여 유아의 어림하기 능력은 수학적 사고의 발달의 중요한 부분으로 유아의 수학교육이나 실제 생활에서 기초적인 요인임을 알 수 있다.

## 연구 방법

### 연구 대상

본 연구대상은 서울 시내에 은평구에 소재한 비유치원 유아 100명의 남녀 유아 동수로 4세 유아 50명(평균 연령 4년 8개월, 표준편차 3.52), 5세 유아 50명(평균연령 5년 9개월, 표준편차 3.87)이다. 연구대상은 1에서 15의 수세기 활동과 숫자를 읽게 하여 수세기 능력이 부족한 유아들 하위 10%는 제외되었다.

### 연구 도구

본 연구 도구는 Baroody와 Gatzke(1991)의 연구에 기초하여 예비검사를 거쳐 구성한 수 어림하기 능력에 관한 과제로 3, 8, 10, 12, 15, 25, 35개의 수에 따라 원형 점을 무선으로 배열하였다. 예비연구에서 4, 5세 유아 각각 5명을 대상으

로 어렵하기 과제의 적절성, 검사 절차를 살펴본 결과 4, 5세 유아의 합리적 수세기에 타당한 수의 범위와 주의 집중 시간 범위에 기초한 유아의 수세기 능력과 수학적 판단 과제로서의 적절성을 검증하여 수 어렵하기 능력 검사 과제로 사용하였다.

## 연구 절차

연구 절차는 개별 면접을 통하여 실시하였으며 수세기 활동을 통하여 대표를 형성한 후 수 어렵하기 능력 검사 과제를 제시하여 질문을 하고 반응을 기록하였다. 유아에게 각 카드를 수의 크기 순으로 3초씩 제시하고 다음의 질문을 하였다; "몇 개 정

도로 보이니?", "약 몇 개가 있을까?", "대략 몇 개가 있는 것 같니?" 검사자는 유아의 반응에 정오답으로 반응하지 않고 긍정적인 반응인 "생각을 참 잘했구나.", "좋은 생각이야."의 응답을 하였다.

검사자는 유아의 반응을 Siegel, Goldsmith와 Madson(1982), Walle와 Thompson(1985), 정재은(1996)의 연구에 기초하여 다음과 같이 구분하여 점수화하였다.

부적당한 어렵하기는 제시한 수의  $\pm 50\%$ 이상에 해당하는 수로 어렵하는 단계로 1점을 부과하였다.

적당한 어렵하기는 제시한 수의  $\pm 25\%$

표 1. 어렵하기 능력의 분석기준

| 백분율<br>수 | $\pm 0\%$ | $\pm 25\%$                                                   | $\pm 50\%$                                              | $\pm 100\%$  |
|----------|-----------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------|
|          | 정확한 어렵하기  |                                                              | 적당한 어렵하기                                                | 부적당한<br>어렵하기 |
| 3        | 3         | 2-4(2, 4)                                                    | 1-5(1,5)                                                | 그외의<br>나머지 수 |
| 5        | 5         | 4-6(4, 6)                                                    | 3-7(3,7)                                                | "            |
| 8        | 8         | 6-10(6,7,9,10)                                               | 4-12(4,5,11,12)                                         | "            |
| 10       | 10        | 8-12(8,9,11,12)                                              | 5-15(5,6,7,13,14,15)                                    | "            |
| 12       | 12        | 9-15(9,10,11,13,14,15)                                       | 6-18(6,7,8,16,17,18)                                    | "            |
| 15       | 15        | 11-19(11,12,13,14,16,17,18,19)                               | 8-22(8,9,10,20,21,22)                                   | "            |
| 25       | 25        | 19-31(19,20,21,22,23,24,26,27,28,29,30,31)                   | 13-37(13,14,15,16,17,18,32,33,34,35,36,37)              | "            |
| 35       | 35        | 26-44(26,27,28,29,30,31,32,33,34,36,37,38,39,40,41,42,43,44) | 18-52(18,19,20,21,22,23,24,25,45,46,47,48,49,50, 51,52) | "            |

이상  $\pm 50\%$ 미만에 해당하는 수로 어렵하는 단계로 2점을 부과하였다.

정확한 어렵하기는 제시한 수의  $0\%$ 이상  $\pm 25\%$ 미만에 해당하는 수로 어렵하는 단계로 3점을 부과하였다.

유아의 어렵하기 능력 분석 기준은 다음의 <표 1>과 같다.

### 자료분석

유아의 수 어렵하기 능력은 어렵하기 단계의 점수로 평균과 표준편차를 산출한 후, 연령과 수의 크기에 의하여 수의 크기의 반복 측정에 의한 이원 변량 분석을 하였다. 수의 크기에 의한 어렵하기 능력의 차이를 검증하기 위하여 Duncan 검정으로 사후검증을 하였다.

## 연구결과

유아의 수 어렵하기 능력은 유아의 연령과 수의 크기에 의하여 어떻게 발달을

하는지 살펴본 결과는 다음과 같다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력의 연령과 수의 크기에 의한 점수의 평균과 표준편차는 표 2에 제시하였다.

표 2에 의하면 유아의 수에 대한 어렵하기 능력은 수 3에 대하여 4세 유아는 2.96으로 정확한 어렵하기의 점수로 나타났다으며, 5세 유아는 모두 정확한 어렵하기인 3.00이다. 수 5에 대한 어렵하기 능력은 4세는 정확한 어렵하기에 근접한 2.74이고, 5세는 2.94로 정확한 어렵하기를 하였다. 수 8에 대한 유아의 어렵하기 능력은 4세는 2.70, 5세는 2.84로 정확한 어렵하기에 근접하게 나타났다. 수 10에 대하여 4세는 2.26으로 적당한 어렵하기 보다 약간 높은 점수이며, 5세는 2.40으로 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 점수로 나타났다. 수 12는 4세는 2.38로 적당한 어렵하기 보다 약간 높은 점수이며, 5세는 2.46으로 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 점수로 나타났으나, 4, 5세 유아 모두 수 10보다 높은 점수가 나타났다. 수 15는 4세

표 2. 유아의 수에 대한 어렵하기 능력의 연령과 수의 크기에 따른 점수의 평균과 표준편차

| 연령<br>수크기 | 4세(N=50) |      | 5세(N= 50) |      | 전체(N= 100) |      |
|-----------|----------|------|-----------|------|------------|------|
|           | M        | SD   | M         | SD   | M          | SD   |
| 3         | 2.96     | 0.19 | 3.00      | 0.00 | 2.98       | 0.14 |
| 5         | 2.74     | 0.59 | 2.94      | 0.23 | 2.84       | 0.46 |
| 8         | 2.70     | 0.58 | 2.84      | 0.42 | 2.77       | 0.50 |
| 10        | 2.26     | 0.77 | 2.40      | 0.83 | 2.33       | 0.80 |
| 12        | 2.38     | 0.80 | 2.46      | 0.81 | 2.42       | 0.80 |
| 15        | 1.98     | 0.79 | 2.26      | 0.59 | 2.12       | 0.71 |
| 25        | 1.54     | 0.78 | 1.92      | 0.92 | 1.73       | 0.87 |
| 35        | 1.62     | 0.66 | 1.88      | 0.74 | 1.75       | 0.71 |

가 1.98로 적당한 어렵하기 보다 낮은 점수가 나타났으나, 5세는 2.26으로 적당한 어렵하기 보다 높은 점수로 나타났다. 수 25는 4세는 1.54로 부정확한 어렵하기에 가까운 점수로 나타났고, 5세는 1.92로 적당한 어렵하기에 근접한 부정확한 어렵하기의 점수로 나타났다. 수 35는 4세가 1.62로 부정확한 어렵하기에 근접한 점수로 나타났고 5세는 1.88로 적당한 어렵하기에 가까운 부정확한 어렵하기 점수로 나타났다.

전체적으로 유아들은 수 3, 5, 8은 정확한 어렵하기에 가까운 능력이 있으나, 수 10, 12, 15는 정확한 어렵하기와 적당한 어렵하기의 중간 단계의 능력이 있는 것으로 나타났다. 수 25와 35는 적당한 어렵하기보다 낮은 부정확한 어렵하기에 가까운 능력이 있음이 나타났다.

유아의 수에 대한 어렵하기 능력이 연령과 수의 크기에 따라 유의한 차이가 있는지 알아보기 위한 General Linear Model 분석은 다음 <표 3>과 같다.

**표 3. 유아의 수에 대한 어렵하기  
능력의 연령과 수의 크기에 따른  
General Linear Model 분석**

| 변량원         | 자유<br>도 | 자승<br>화 | 평균<br>자승화 | F     | P       |
|-------------|---------|---------|-----------|-------|---------|
| 연 령         | 1       | 7.22    | 7.22      | 7.28  | 0.01*   |
| 연령<br>(집단내) | 98      | 97.23   | 0.99      |       |         |
| 수 크기        | 7       | 161.35  | 23.05     | 63.78 | 0.001** |
| 연령 X<br>수크기 | 7       | 2.22    | 0.31      | 0.88  |         |
| 오 차         | 686     | 247.92  | 0.36      |       |         |
| 전 체         | 799     | 515.95  |           |       |         |

표 3에서 살펴보면 수에 대한 어렵하기 능력이 연령에 따라  $p < .01$ 로 유의한 차이를 보였으며 수의 크기에 의하여  $p < .001$ 로 의미있는 차이를 보이고 있다. 연령과 수의 크기에 의한 상호효과는 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉 유아의 수에 대한 어렵하기 능력에 연령과 수의 크기는 영향을 주는 주요한 변인으로 작용하며 연령과 수의 크기에 의한 상호작용은 없고 발달적 순서에 의하여 나타남을 볼 수 있다.

수에 대한 어렵하기 능력이 수의 크기에 따라 달라지는 형태를 살펴보기 위하여 Duncan검증을 통하여 분석한 결과는 표 4에 제시하였다.

**표 4. 수의 크기에 의한  
Duncan검증의 결과표**

| 연령 | 수크기 | 4세 | 5세 | 전 체 |
|----|-----|----|----|-----|
|    | 3   | A  | A  | A   |
|    | 5   | B  | A  | B A |
|    | 8   | B  | A  | B   |
|    | 12  | C  | B  | C   |
|    | 10  | C  | B  | C   |
|    | 15  | D  | C  | D   |
|    | 25  | E  | D  | E   |
|    | 35  | E  | D  | E   |

유아의 수에 대한 어렵하기 능력은 4세는 수 3과 5에 대하여 차이가 있으며, 수 5와 8은 동일한 어렵하기를 나타내고 있다. 수 8과 10은 어렵하기에 차이가 있고, 수 10과 12는 동일한 어렵하기를 하고 있으며, 수 15는 더 적은 수와 큰 수와는 다른 어렵하기를 하는 것으로 나타났다. 수 25와 35는 동일한 어렵하기를 하고 있다고 볼 수 있다. 5세아의 어렵하

기 능력은 수의 크기에 대하여 수 3과 5에 대하여 동일한 어렵하기를 하고 있으며, 수 5와 8도 동일한 어렵하기를 나타내고 있으나 수 10이상의 수와는 차이가 있다. 수 10과 12는 동일한 어렵하기를 하고 있으며, 수 15는 더 적은 수와 큰 수와는 다른 어렵하기를 하는 것으로 나타났다. 수 25와 35는 동일한 어렵하기를 하고 있다고 볼 수 있다.

전체적으로 유아들은 수 3과 5와 8에 대하여 동일한 어렵하기를 하고 있으며, 수 8이상의 수와 차이가 있는 어렵하기를 하고 있다. 수 10과 12는 동일한 어렵하기를 하고 있으며, 수 15는 더 적은 수와 큰 수와는 다른 어렵하기를 하는 것으로 나타났다. 수 25와 35는 동일한 어렵하기를 하고 있다고 볼 수 있다.

## 결론 및 제언

만 4, 5세 유아의 수에 대한 어렵하기 능력을 분석한 결과에 기초하여 다음과 같이 본 연구의 논의 및 제언을 하고자 한다.

첫째, 유아의 어렵하기 능력은 연령이 증가하면서 발달한다고 나타났으며, 4세와 5세 유아의 어렵하기 능력에는 발달적 차이가 있음이 나타났다. 4세와 5세의 유아는 8이하의 수에는 정확한 어렵하기에 근접한 능력이 있지만, 10이상의 수에서는 5세 유아가 4세 유아보다 어렵하기의 능력에 의미있는 발달이 나타난다고 볼 수 있다. 그러나 25이상의 큰 수에서는 4세아와 5세아 모두 부적당한 어렵하기를 하는 것으로 나타나 수에 대한 어렵하기

에 어려움이 있음이 나타났다. 유아기에도 어렵하기 능력이 있다는 Walle와 Thompson(1985)와 Newman등(1984)의 연구와 일치하고 있다.

둘째, 유아의 어렵하기 능력은 수의 크기와 관련성이 높게 나타났으며, 4세 유아는 수 3은 정확한 어렵하기를 하였고, 5, 8은 정확한 어렵하기에 가깝게 어렵하는 능력이 있으며, 수 10, 12는 적당한 어렵하기의 능력이 있다고 할 수 있다. 4세아는 수 15은 적당한 어렵하기에 근접한 능력이 있으나, 수 25와 35에 대한 어렵하기 능력은 거의 능력이 없는 것으로 나타났다. 5세 유아도 정확한 어렵하기를 한 수는 3, 5, 8이었으며, 수 10, 12는 정확한 어렵하기에 근접한 적당한 어렵하기를 하였고, 수 15는 낮은 적당한 어렵하기에 속한다고 할 수 있었다. 반면 수 25, 35에 대한 어렵하기 능력은 적당한 어렵하기에 가까운 부적당한 어렵하기를 하는 것으로 나타났다. 유아가 수를 어렵할 때 4세의 경우는 수 8정도의 어렵하기 능력이, 5세는 수 10정도까지 어렵할 수 있는 것으로 나타났다.

전체적으로 4, 5세 유아 모두 3에 대해 정확하게 수를 인식하고 수 5에 대해서는 정확한 어렵하기를 한다고 할 수 있으며, 수 8에 대해서도 정확한 어렵하기에 가까운 능력이 있는 것으로 볼 수 있다. 이러한 결과는 Klahr와 Wallace(1973)의 연구에서 밝힌 직관적 감각을 통한 수량화 판단은 4세아는 수 3에서 수 5에서 나타나고, 5세아는 수 8정도에서 볼 수 있다고 생각된다.

유아들은 수 10에서 5세아는 어렵하기 정확한 어렵하기에 근접한 능력이 있는 반면, 4세는 적당한 어렵하기에 근접한

것으로 나타났다. 수 12에 대한 어렵하기 능력은 4, 5세는 적당한 어렵하기에 가까운 능력이, 수 15에 대한 어렵하기 능력에서는 4세 유아가 적당한 어렵하기보다 낮은 능력이 있으나 5세 유아는 적당한 어렵하기를 하였다. 수 25, 35에 대한 어렵하기 능력에서는 4, 5세 모두 실제적인 어렵하기를 하지 못하였다. 이 결과는 Klahr와 Wallace(1973)의 직관적 판단 이상의 수에는 수학적 판단의 인지과정이 요구된다는 연구와 유사하다.

본 연구에 의하면 유아의 수에 대한 어렵하기 능력은 연령에 따라 발달하며 5세 유아가 4세 유아보다 수에 대한 어렵하기 능력이 높게 나타나는 것으로 볼 수 있다. 덧붙여, 4세아는 수 8, 수 12, 수 15간에 유아의 어렵하기 능력에 차이가 나타났고, 5세아는 수 10, 수 12, 와 수 15에서 어렵하기 능력에 차이를 보인다고 할 수 있다. 본 연구는 유아의 수학적 판단이 가능한 수의 한계는 4세아는 8정도이며, 5세아는 12정도로 볼 수 있고, 25이상은 수학적 판단이 불가능하다는 것을 밝히고 있으며 이 결과는 Baroody와 Gatzke(1991)의 연구에서 유아에게 10이하의 수를 제공하여 어렵하는 것이 바람직하다는 연구 결과와 일치하는 것으로 볼 수 있다.

본 연구의 결과에 기초하여 다음과 같이 제언을 하고자 한다.

첫째, 수에 대한 어렵하기 활동을 제공하기 위해 4세의 유아에게는 정확한 어렵하기를 할 수 있는 수 8과 적당한 어렵하기가 가능한 수 10, 12를 포함하여 수 12까지 어렵하기 수를 제공하고, 5세의 유아인 경우는 정확한 어렵하기를 할 수 있는 수 10과 적당한 어렵하기를 할 수

있는 수 12와 15를 포함하여 수 15까지 어렵하기 능력이 포함된 수학교육이 제공되어야 한다.

둘째, 수에 대한 어렵하기 능력이 유아 수학적 능력의 주요 요인임을 인식하여 유치원 교육 현장에서 수량화에 관한 다양한 어렵하기 활동의 제공을 통한 유아의 수학적 능력의 발달에 미치는 발달적 연구와 어렵하기 능력에 관한 현장 연구 및 후속 연구들이 이루어져야 한다.

## 참 고 문 헌

- 서상숙(1994). 유아의 수세기와 분류 능력과의 관계. 원광대학교 석사학위 청구논문.
- 정재은(1996). 4, 5세 유아의 어렵하기 능력에 관한 연구: 수량, 길이, 면적에 관하여. 덕성여자대학교 석사학위 청구논문.
- Advance Technology, Inc., Indianapolis, IN(1989). *Advanced skills for chapter 1 mathematics: Estimation. Workshop leader's guide*(ERIC Document Reproduction Service No. ED 325 361)
- Baroody, A., & Gatzke, M.(1991). The estimation of set size by potentially gifted kindergarten-age children. *Journal for Research in Mathematics Education* 22(1), 59-68.
- Buchanan, A. D.(1978). *Estimation as essential mathematical skill*. SWRL Education Research and

- Development, Professional Paper 39(Eric Document Reproduction Service No. ED 167 385)
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Lindquist, M. M., & Rey, R. E.(1980). Results of the second NAEP mathematics assessment : Secondary school. *Mathematics Teacher*, 73, 329-338.
- Gelman, R.(1972). Logical capacity of very young children: Number invariance rules. *Child Development*, 43, 75-90.
- Gelman, R., & Tucker, M. F.(1975). Further investigation of the young child's conception of number. *Child Development*, 46, 167-175.
- Harte, S. W. & Glover, M. J.(1993). Estimation is mathematical thinking. *Arithmetic Teacher*, 41, 75-77.
- Klahr, D., & Wallace, J. G.(1973). *Cognitive Development: An Information progress view*. New York: Lawrence Ealbaum Associates.
- National Council of Supervisors of Mathematics(1978). Position statements on basic skill. *Mathematics Teacher*, 71, 147-152.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standars for school mathematics*. Reston. VA:NCTM.
- Newman, R. S.(1984). Children's numerical skill and judgement of confidence in estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 37, 107-123.
- Newman, R. S. & Berger, C. F.(1984). Children's numerical estimation: Flexibility in the use of counting. *Journal of Educational Psychology*, 76, 55-64.
- Piaget, J.(1952). *The child's conception of number*. New York : Norton.
- Reys, R. E., & Bestgen, J. B.(1981). Teaching and assessing computational estimation skills. *The Elementary School Journal*, 82, 117-127.
- Reys, R. E., & Reys, R. E.(1986). Mental computation and computational estimation—their time has come. *Arithmetic Teacher*, 33(7), 4-5.
- Reys, R. E., Bestgen, J. B., Rybolt, J. F., & Wyatt, J. W.(1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathenmatics Education*, 13, 183-201.
- Rudolph, M., & Cohen, D. H.(1984). *Kindergarten and early schooling*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Saxe, G. B.(1979). Developmental relations between notational counting and number conservation. *Child Development*, 50, 180-187.

- Saxe, G. B., & Sicilian, S.(1981). Children's interpretation of their counting accuracy; a developmental analysis. *Child Development*, 53(2), 1330-1332.
- Schuffer, B., Eggleston, V. H., & Scott, J. L.(1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R.(1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education* 13, 211-232.
- Smart, J. R.(1982). Estimation skill in mathematics. *School science and Mathematics*, 82, 642-649.
- Sowder, J. T.(1989). Developing understanding of computational estimation. *Arithmetic Teacher*, 36(5), 25-27.
- Walle, J. V., & Thompson, C. S.(1985). Estimate how much. *Arithmetic Teacher*, 33, 4-8.

# Development of children's estimation on quantities

Eunsoo Shin

Department of Early Childhood Education  
Duksung Women's University

This study examined four- and five-year-old children's mathematical ability to estimate the quantities. 100 subjects were asked to estimate the number of dots in a set from 3 to 35. Four-year-old children were able to estimate accurately on 3, 5 and 8, and to estimate reasonably on 10 and 12. Five-year-old children were able to estimate accurately on 3, 5, 8, 10 and 12, and to estimate reasonably on 15. Young children were difficult to estimate the quantities above the number of 25. The results suggest the mathematical education program based on children's estimation ability in quantification below the number of 12 and 15.

**Key Words:** estimation • quantity • quantification  
• mathematical education