

〈특별기고〉

회귀분석과 구조방정식 모형에서의 상호작용효과 검증 : 이론과 절차

홍 세 희¹⁾

정 송²⁾

고려대학교 교육학과

행동과학 연구가 발전함에 따라 많은 연구에서 독립변수와 종속변수 사이의 관계에 제 3의 변수를 고려하게 되었다. 대표적인 것이 매개변수나 조절변수, 또는 두 가지 모두를 고려하는 것이다. 여기서 조절변수는 독립변수와 결합효과를 통해 종속변수에 상호작용효과를 가지는 변수를 말한다. 최근 널리 사용되는 구조방정식 모형에서는 매개효과 또는 간접효과를 용이하게 검증할 수 있으므로 매개효과 검증은 많이 사용되지만, 상호작용효과 검증은 상대적으로 그렇지 못하다. 상호작용효과 검증이 매개효과 검증보다 적게 사용되는 대표적인 이유는 상호작용 검증절차가 복잡하여 많은 연구자들이 사용에 어려움을 느끼기 때문일 것이다. 본 논문에서는 회귀분석과 구조방정식 모형을 이용하여 상호작용 모형의 분석방법을 자세히 설명하였다. 먼저, 회귀분석에서는 평균중심화, 표준화 계수의 교정, 상호작용 변수의 신뢰도 문제 등을 설명하였다. 다음으로 구조방정식 모형에서는 앞의 세 가지 문제와 함께 모수의 제약, 비제약 방법 등을 강조하였다. 또한 실제 자료에 회귀분석과 구조방정식 모형을 적용하여 구체적인 분석절차를 설명하였다. 마지막으로 상호작용 분석에서 많은 연구자들이 혼동하거나 오해하고 있는 대표적인 문제점을 뽑아서 명확히 설명하였다.

주요어 : 상호작용효과, 조절효과, 구조방정식 모형

1) 교신저자 : 고려대학교 교육학과, 교수 (E-mail : seechong@korea.ac.kr)

2) 고려대학교 교육학과, 박사과정 수료

I. 서 론

사회과학 및 행동과학 분야의 대부분의 연구에서는 다양한 사회현상을 설명하기 위해 여러 변수간의 관계를 통계적으로 검증하게 된다. 예를 들어 학생들의 성공적인 학업 성취를 예측하기 위해 이와 관련된 학생 개인의 심리적 변수나 환경적 변수들의 관계를 검증하거나, 업무 성과에 영향을 미치는 요인들을 파악하여 입사 후 업무 수행능력이 높을 것으로 예상되는 사람을 선발하기도 한다. 이와 같이 변수들 사이의 관계를 파악하는데 있어서 그림 1과 같이 독립변수 X가 종속변수 Y에 직접적인 영향(direct effect)을 미치는 것이 가장 기본적인 분석모형이라 할 수 있다. 이 모형에서는 X가 Y에 미치는 효과가 통계적으로 유의미한지의 여부와 종속변수를 설명하는 분산비율 등을 통해 독립변수의 영향력을 검증하게 된다.

하지만 X와 Y사이의 관계에 다른 변수가 개입되기도 한다. 이때 연구자는 이론적 검토를 통해 두 변수 사이에 유의미한 영향력을 미칠 것으로 예상되는 제 3의 변수를 모형에 투입하는 것을 고려할 수 있다. 이러한 제 3의 변수로는 매개변수(mediator variable)와 조절변수(moderator variable)가 있다. 먼저 매개변수란 그림 2에서 M과 같이 독립변수와 종속변수 사이에서 두 변수를 연계하는 변수를 의미한다. 독립변수 X의 효과는 매개변수 M을

거쳐서 종속변수 Y에 전달되게 되며 이를 간접효과(indirect effect) 또는 매개효과(mediating effect)라고 한다. 예를 들어, 부부 갈등이 심할수록 부모-자녀 관계가 악화되고, 이로 인해 자녀의 친구관계가 나빠진다고 가정하자. 이때 부부갈등은 부모-자녀 관계를 통해 자녀의 친구 관계에 영향을 미치므로, 부모-자녀 관계가 매개변수가 된다. 독립변수가 종속변수에 직접적으로 미치는 효과는 직접효과(direct effect)가 되며, 그림 2와 같이 직접효과와 간접효과가 함께 있는 경우 독립변수 X가 종속변수 Y에 영향을 미치는 전체 효과(total effect)는 직접효과와 간접효과의 합이 된다.

다음으로 조절변수란 그림 3에서 Z와 같이 독립변수 X가 종속변수 Y에 미치는 효과를 중간에서 조절하는 변수를 의미한다. 조절변수 Z의 수준 또는 조건에 따라 독립변수가 종속변수에 미치는 효과가 달라지는데, 이 경우 독립변수 X와 조절변수 Z 사이에 상호작용효



그림 1. 회귀모형 예

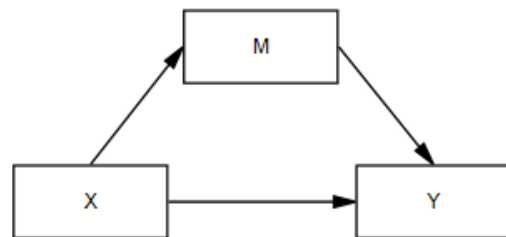


그림 2. 매개효과모형 예

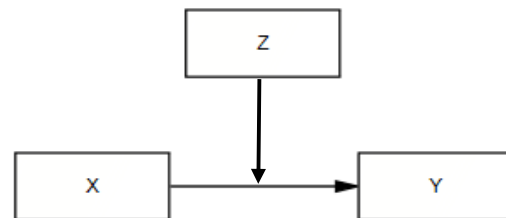


그림 3. 조절효과모형 예

과(interaction effect)가 있다고 한다. 예를 들어 업무지식이 높을수록 성과가 높아지며, 이때 동기가 높을수록 업무지식의 성과에 대한 정적효과가 더욱 강화된다면, 동기가 조절변수가 되는 것이다.

이론의 발달과 연구 결과의 축적으로 인해 다양한 변수들의 관계를 보다 복잡하게 설명하게 됨에 따라, 응용연구 분야에서 매개변수와 조절변수의 역할이 중요해지고 있다. 매개효과의 경우, 이를 검증하는 다양한 방법들이 제안되고 이에 따라 매개효과 검증 연구들이 활발히 진행되어 왔다.

하지만 지금까지 이루어진 대부분의 연구들이 그 중요성에 비해 상호작용효과를 상대적으로 간과하는 경우가 많았다. 물론 예측변수와 종속변수 사이의 관계에 대한 정보를 얻는데 있어 매개효과를 살펴보는 것 또한 의미가 있지만, 상호작용효과는 종속변수에 대한 예측변수의 영향력에 관한 해석을 재정의함으로써 이론 개발에 풍부한 바탕과 근거로써 도움이 될 수 있다(Jackman, Leite, & Cochrane, 2011).

이렇듯 상호작용효과에 대한 검증이 중요함에도 불구하고 실제적인 연구 사례들은 매개효과 검증 연구에 비해 부족한 실정이다. 이는 상호작용효과에 대한 개념이 다소 복잡하며, 고려해야 할 다양한 요소들로 인하여 검증 절차에 대해 응용 연구자들이 어렵게 생각하는 것도 하나의 이유가 될 수 있을 것이다. 특히 구조방정식 모형에서 잠재변수를 이용한 상호작용 모형 검증의 경우, 통계적 절차가 복잡하여 연구자들이 적용하기 쉽지 않은 편이다. 따라서 전통적인 다중회귀분석이나 분

산분석을 통해 상호작용효과를 검증하는 것이 대부분이었다. 하지만 회귀분석에서도 역시 상호작용 변수에 대해 추정된 계수의 표준화 방법 오류나 독립변수와 조절변수의 평균중심화 등 상호작용 검증 시 유의해야 할 사항들에 대한 명확한 이해부족으로 조절효과를 분석하는 연구가 쉽지 않은 실정이다.

따라서 본 논문의 주요 목적은 상호작용에 대한 검증절차를 명확히 제시하고 설명하여 일반 응용 연구자들의 연구에 도움이 되게 하는데 있다. 회귀분석과 구조방정식 모형에서 상호작용효과를 분석하는 방법과 주의할 점을 자세히 설명하고 실제 자료를 이용하여 분석 절차와 해석을 제시하고자 한다. 마지막으로 상호작용 검증에 있어서 많은 연구자가 잘못 이해하고 있는 점을 뽑아 자세히 설명하였다.

II. 회귀분석에서의 상호작용효과 검증

1. 모형

상호작용이란 종속변수 Y에 대한 독립변수 X의 효과가 제 3의 변수 Z값에 따라 변화하는 것을 의미하며, 이때 변수 Z를 조절변수라 한다. 상호작용효과가 존재하지 않는 일반적인 다중 회귀모형은 식 (1)과 같으며, 상호작용효과가 존재하는 경우 X와 Z의 상호작용항 XZ가 포함되어 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X + b_2Z \quad (1)$$

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X + b_2Z + b_3XZ \quad (2)$$

위의 식 (2)를 변수 X에 대해 재정리하게 되면, $\hat{Y} = b_0 + b_2Z + (b_1 + b_3Z)X$ 가 되므로 독립변수 X의 종속변수 Y에 대한 효과는 변수 Z에 따라 달라지게 된다(그림 4 참고). 따라서 일반적인 회귀모형에서는 하나의 회귀선을 갖게 되는 것과 달리 상호작용 모형에서는 Z의 값에 따라 서로 다른 회귀선이 존재하게 된다.

식 (2)에서 나타난 바와 같이 통계분석 모형에서는 독립변수(X)와 조절변수(Z)를 구분하지 않는다. 상호작용효과가 발생하면, 즉 b_3 가 통계적으로 유의미하면 X의 Y에 대한 효과가 Z에 따라 달라진다고 해석해도 되고 반대로 Z의 Y에 대한 효과가 X에 따라 달라진다고 해석해도 무방하다. 따라서 어떤 것이 독립변수이고 조절변수인지는 통계적으로 구분되지 않으므로 연구자가 개념적으로 구분할 필요가 있다. 개념적으로 X의 Y에 대한 효과가 Z에 따라 달라진다고 해석하는 것이 보다 의미가 있다면 X를 독립변수, Z를 조절변수로 정의하는 것이 바람직할 것이다.

2. 평균중심화(mean centering)

상호작용효과 검증에서 고려해야 할 중요한 개념 중 하나가 바로 독립변수 X와 조절변수 Z의 평균중심화이다. 평균중심화란, 각 변수의 값을 해당 변수의 평균에서 뺀 것을 의미한다. 즉, X변수 대신 평균을 뺀 $(X - \bar{X})$ 를, Z변수 대신 $(Z - \bar{Z})$ 를 이용해서 회귀분석을 하는 것

이다. Y변수는 평균중심화 할 필요가 없다. 독립변수와 조절변수에 대한 평균중심화가 필요한 이유는 다음과 같다.

첫째, 평균중심화를 통해 다중공선성(multicollinearity)의 가능성을 감소시킬 수 있다. 다중공선성은 다양한 상황에서 발생할 수 있지만 가장 단순하면서도 빈번하게 발생하는 경우는 분석 내 포함된 독립변수들 사이의 상관관계가 매우 높을 때이다. 다중공선성이 발생하면 대표적인 문제점으로 각 독립변수의 계수에 대한 표준오차가 매우 커지는 문제 등이 발생할 수 있다.

평균중심화를 실시하지 않으면 상호작용 변수 XZ는 두 변수 X와 Z의 곱을 통해 생성되므로, X와 XZ 그리고 Z와 XZ 사이의 상관관계가 높아질 가능성이 커져서 다중공선성의 문제를 야기할 가능성이 커지게 된다. 그러나 평균중심화를 적용하면 이러한 상관을 감소시킬 수 있게 되는데, 아래 식 (3)을 이용해서 설명할 수 있다(Bohrstedt & Goldberger, 1969).

변수 X, Z가 이변량(bivariate) 정상분포를 따르는 경우에 독립변수 X와 상호작용 변수 XZ의 상관관계는 식 (3)과 같으며, $E(X)$, $E(Z)$ 는 각 변수의 평균, $V(X)$, $V(Z)$ 는 분산, $C(X, Z)$ 는 X와 Z의 공분산을 나타낸다. 하지만 X, Z를 각각 평균중심화하게 되면 X와 Z의 평균값이 0이 되며($E(X)=E(Z)=0$), 식 (3)의 분자 부분이 0이 되므로 X와 XZ의 상관관계는 이론적으로 0이 된다. 실제자료에서 평균중심화를 실시하여도 상관계수가 정확히 0이 되지 않는 이유는 변수 X,

$$\text{corr}(X, XZ) = \frac{E(Z)V(X) + E(X)C(X, Z)}{\sqrt{V(X)[(E(X))^2 V(Z) + (E(Z))^2 V(X) + 2E(X)E(Z)C(X, Z) + V(X)V(Z) + (C(X, Z))^2]}} \quad (3)$$

Z가 이변량 정상분포를 따른다는 가정을 정확히 만족시키지 못하기 때문이다. Z와 XZ 사이의 상관도 마찬가지로 방식으로 설명할 수 있다. 따라서 평균중심화를 통해 다중공선성의 문제를 최소화할 수 있다.

둘째, 평균중심화를 통해 회귀계수 b_1 과 b_2 에 대한 해석을 명확하게 할 수 있다. 회귀분석에 상호작용항 XZ를 포함시키면, $\hat{Y} = b_0 + b_1X + b_2Z + b_3XZ$ 에서 b_1 은 Z=0일 때 Y에 대한 X의 효과를 나타내며, b_2 는 X=0일 때 Y에 대한 Z의 효과를 의미하게 된다. 따라서 상호작용항이 없을 때의 b_1 과 b_2 는 각각 X와 Z의 효과이지만, 상호작용항이 추가되면 특정 조건에서의 X와 Z의 효과가 됨을 알 수 있다. 즉 상호작용항이 있는 경우에 b_1 과 b_2 는 조건계수(conditional coefficient)이다.

b_1 은 Z=0일 때 Y에 대한 X의 효과를 나타내며, b_2 는 X=0일 때 Y에 대한 Z의 효과를 의미하게 되므로 X와 Z의 0점이 의미하는 바가 정의되지 않는다면 추정된 계수의 해석 또한 무의미하게 된다. 예를 들어 X가 동기, Z가 지능을 측정한 변수인 경우, 어떤 개인의 동기 또는 지능이 0인 경우는 실제로 존재하지 않으므로 이때 추정된 계수의 b_1 과 b_2 의 해석은 논리적으로 의미가 없게 된다. 하지만 X, Z를 평균중심화하면 변수가 평균일 때 평균중심화 된 값이 0이 되므로, 이때 b_1 은 Z가 평균일 때의 Y에 대한 X의 효과, b_2 는 X가 평균일 때의 Y에 대한 Z의 효과로 항상 의미 있는 해석을 할 수 있게 된다.

그렇다면 변수에 대한 평균중심화를 한 경우 추정되는 계수에는 어떠한 영향을 미치는지 살펴보도록 하자. 먼저 상호작용 변

수를 포함하지 않은 일반적인 회귀 모형 $\hat{Y} = b_1X + b_2Z + b_0$ 에서 평균중심화를 위해 X와 Z에 각각 평균을 빼주면 $X' = X - \bar{X}$, $Z' = Z - \bar{Z}$ 가 된다. 이를 본래 회귀모형에 대입하면 $\hat{Y} = b_0 + b_1(X' + \bar{X}) + b_2(Z' + \bar{Z})$ 가 되며, $\hat{Y} = (b_0 + b_1\bar{X} + b_2\bar{Z}) + b_1X' + b_2Z'$ 와 같이 정리할 수 있다. 식에서 볼 수 있듯이 평균중심화를 실시하면, 모형에서 절편만 변하고 계수 b_1 , b_2 에는 영향을 미치지 않는다.

하지만 상호작용 변수를 포함한 모형 $\hat{Y} = b_0 + b_1X + b_2Z + b_3XZ$ 에서 평균중심화를 위해 X와 Z에 평균을 빼 준 뒤(즉, $X' = X - \bar{X}$, $Z' = Z - \bar{Z}$ 를 식에 대입) 식을 정리하면 다음과 같다(Aiken & West, 1991).

$$\hat{Y} = (b_0 + b_1\bar{X} + b_2\bar{Z} + b_3\bar{X}\bar{Z}) + (b_1 + b_3\bar{Z})X' + (b_2 + b_3\bar{X})Z' + b_3X'Z' \quad (4)$$

식 (4)를 보면 상호작용 변수가 포함되는 경우, 상호작용 변수의 계수인 b_3 만 동일하며 X와 Z의 계수, 절편 모두 변하는 것을 알 수 있다. 여기서 중요한 두 가지 사실은 다음과 같다. 첫째, 평균중심화를 적용한 후 분석을 하면 독립변수와 조절변수의 계수는 변한다. 상호작용 분석에서 이들 계수는 조건계수이므로 조건에 따라 그 값이 달라진다. 평균중심화가 적용되지 않은 분석에서는 독립변수의 계수는 조절변수 값이 0일 때의 조건계수이지만 평균중심화를 적용된 분석에서는 독립변수의 계수는 조절변수 값이 평균일 때의 조건계수가 된다. 둘째, 평균중심화 여부와 관계없이 상호작용효과인 b_3 는 변하지 않는다. 상호작용

이 평균중심화와 같은 자료의 변환에 따라 달라진다면 이것이 오히려 문제가 될 것이다.

3. 상호작용효과 검증

회귀분석에서 상호작용효과는 2가지 방법을 통해 통계적 유의성이 검증된다. 첫 번째 방법은 일반적인 회귀계수 검증처럼 계수 b_3 가 통계적으로 유의한지 t 검증을 실시하는 것이다. 이 때 t 는 b_3 를 표준오차로 나눈 값이며 ($t = \frac{b_3}{SE}$), 자유도(df)는 $n-k-1$ (n =표본크기, k =독립변수의 수)과 같다.

두 번째 방법은 상호작용 변수인 XZ 를 포함한 모형과 포함하지 않은 모형사이의 R^2 차이 값에 대한 위계적 회귀분석을 실시하는 것이다. 1단계에서는 상호작용 변수가 포함되지 않은 모형의 R^2 를, 2단계에서는 상호작용 변수를 투입하여 위계적 회귀분석을 실시한 후, 변화하는 R^2 값이 통계적으로 유의한지의 여부를 통해 상호작용효과를 검증하는 것이다.

하지만 상호작용효과를 위계적으로 검증하는 경우 해석에 주의가 필요하다(Edwards, 2009). 상호작용 변수가 포함되지 않은 1단계에서는 X , Z 변수가 종속변수 Y 에 미치는 효과는 무조건(unconditional)효과, 즉 주효과로 해석한다. 즉, X 가 Y 에 미치는 영향은 변수 Z 의 수준에 관계없이 항상 일정하며 Z 가 Y 에 미치는 영향 또한 변수 X 의 수준에 관계없이 동일하게 된다. 그러나 2단계에서 추가한 상호작용효과가 유의한 경우에는 앞에서 설명한 바와 같이 X , Z 의 효과는 조건적(conditional)으로 바뀌게 된다. 이는 X 가 Y 에, Z 가 Y 에 미치

는 영향이 다른 변수의 수준에 영향을 받게 되며, 따라서 앞서 1단계에서의 해석은 무의미하게 된다. 그러므로 위계적 분석 방법을 선택할 시에는 1단계 분석결과, 2단계 분석결과를 순차적으로 해석하는 것은 문제가 될 수 있다.

4. 회귀분석을 적용한 상호작용효과 검증의 예

회귀분석을 적용한 상호작용효과 검증 절차를 아래의 예시를 통해 설명하고자 한다. 분석에는

부모불화(독립변수 X)에 대한 3개의 문항
공격성(종속변수 Y)에 대한 3개의 문항
남성우월성(조절변수 Z)에 대한 3개의 문항

을 사용하였다. 각 변수는 해당되는 3문항의 총점으로 사용하였다.

연구가설은 부모불화 정도가 심할수록 청소년의 공격성은 증가하며, 이때 남성우월성이 크면 그 증가의 폭이 더욱 커지는 것으로 세웠다. 상호작용 변수의 검증에 앞서 평균중심화 여부에 따른 변수들의 상관패턴을 살펴보면 표 1과 같다.

예제에서 사용된 자료의 경우, 평균중심화를 하지 않은 비중심화자료의 상관 자체가 매우 작기 때문에 평균중심화에 따른 X 와 XZ 그리고 Z 와 XZ 사이의 상관 값의 감소가 크지 않았다. 하지만 평균중심화를 통해 상관이 감소함을 보여주기 위해 다른 자료의 분석예를 표 2에 제시하였다. 이 자료에서는 평균중심화를 통해 변수들의 상관이 크게 변화하

표 1. 평균중심화 여부에 따른 상관행렬(분석자료)

평균중심화한 자료				비중심화 자료			
$\bar{X}=0$ ($s_X = 3.69$)				$\bar{X}'=-0.04$ ($s_{X'} = 3.69$)			
$\bar{Z}=0$ ($s_Z = 3.10$)				$\bar{Z}'=-0.31$ ($s_{Z'} = 3.10$)			
상관행렬				상관행렬			
	X	Z	XZ		X'	Z'	X'Z'
X	-	0.04	0.04	X'	-	0.04	-0.05
Z		-	-0.05	Z'		-	-0.06
XZ			-	X'Z'			-

표 2. 평균중심화 여부에 따른 상관행렬의 다른 예

평균중심화한 자료				비중심화 자료			
$\bar{X}=0$ ($s_X = 2.42$)				$\bar{X}'=-0.04$ ($s_{X'} = 2.42$)			
$\bar{Z}=0$ ($s_Z = 2.15$)				$\bar{Z}'=-0.31$ ($s_{Z'} = 2.15$)			
상관행렬				상관행렬			
	X	Z	XZ		X'	Z'	X'Z'
X	-	0.03	0.01	X'	-	0.03	0.87
Z		-	0.02	Z'		-	0.47
XZ			-	X'Z'			-

표 3. 평균중심화 자료의 회귀분석 결과

	비표준화 계수(B)	표준오차	표준화계수(β)	t
상수	-.27	.14		-2.01
X	.33 ^{***}	.04	.31	9.03
Z	.62 ^{***}	.04	.49	14.10
XZ	.08 ^{***}	.01	.25	7.13

*** $p < .001$.

는 것을 확인할 수 있다. 평균중심화를 실시한 경우, X와 XZ, Z와 XZ사이의 상관관계가 각각 0.87에서 0.01, 0.47에서 0.02로 크게 감소한다.

표 1의 자료로 평균중심화하여 실시한 회귀분석의 결과와 회귀식은 표 3, 식 (5)와 같다. 여기서 상관관계만으로는 평균중심화의 필요성이 없다고 볼 수 있지만 평균중심화의 두 번째 목적인 해석의 용이성을 위해 평균중심화를 적용하였다.

$$\hat{Y} = 0.33X + 0.62Z + 0.08XZ - 0.27 \quad (5)$$

분석결과를 바탕으로 결과를 해석하면, 남성우월성(Z)이 평균일 때(즉, 0을 취할 때) 공격성(Y)에 대한 부모불화(X)의 효과는 0.33이 되며, 남성우월성의 값이 1증가할 때마다 공격성에 대한 부모불화의 효과는 0.08만큼 커지게 된다. 즉, 부모불화의 정도가 심할수록 청소년의 공격성은 증가하게 되며, 이때 남성우월성이 높을수록 부모불화가 공격성을 증가시키는 정도가 더욱 커진다고 볼 수 있다.

다음으로 비중심화 자료를 바탕으로 실시한 회귀분석의 결과와 회귀식은 표 4, 식 (6)과 같다.

$$\hat{Y} = 0.36X' + 0.62Z' + 0.08X'Z' - 0.07 \quad (6)$$

분석결과를 살펴보면, 앞서 평균중심화에 따른 계수의 변화에서 설명한 것과 같이 평균중심화된 자료와 비교하였을 때 상호작용변수 XZ의 계수만 동일하고(0.08), 나머지 절편, X변수의 계수, Z변수의 계수는 다르게 추정된 것을 확인할 수 있다.

다음으로 위계적 분석에서 R^2 차이검증을 실시하여 상호작용효과를 검증해 보았다.

먼저 위계적 회귀분석 1단계에서는 X와 Z만 투입하고 2단계에서 XZ를 추가적으로 투입한다. 평균중심화 자료에 대한 R^2 차이검증 결과는 표 5와 같으며 여기서 모형 1은 상호작용을 포함하지 않은 모형, 모형 2는 상호작용을 포함한 모형이다. 결과를 살펴보면, 상호작용 변수가 포함되면서 Y의 분산에 대한 설명량은 35%에서 6%가 증가하였다. 변화한 R^2 에 대한 F검증 결과 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 따라서 상호작용효과가 유의하다고 결론내릴 수 있다.

상호작용효과가 유의하게 나타난 경우에는 X의 효과가 Z값에 따라 어떻게 달라지는지 조절변수의 효과를 그래프를 그려 확인하는 것이 정확한 해석을 하는데 도움이 된다. Z가

표 4. 비중심화 자료 회귀분석 결과

	비표준화 계수(B)	표준오차	표준화계수(β)	t
상수	-.07	.14		-.50
X	.36***	.04	.34	9.67
Z	.62***	.04	.49	14.17
XZ	.08***	.01	.25	7.13

*** $p < .001$.

표 5. 평균중심화 자료에 대한 R^2 차이 검증 결과

모형	R	R^2	수정된 R^2	표준 오차	통계량 변화량				
					R^2 변화량	F 변화량	$df1$	$df2$	유의확률 F 변화량
1	.59	.35	.34	3.19	.35	131.22	2	497	<.001
2	.64	.41	.40	3.04	.06	50.81	1	497	<.001

연속변수인 경우에는 Z값에 따라 무수히 많은 회귀선이 존재할 수 있으므로 일반적으로 Z가 높은 경우, 중간인 경우, 낮은 경우의 세 가지 상황에서 그래프를 그린다. 높은 경우, 중간인 경우, 낮은 경우의 Z값은 Z평균+1표준편차 (Z_H), Z평균(Z_M), Z평균-1표준편차(Z_L)를 주로 사용하며 (Z값을 75, 50, 25퍼센타일에 해당하는 값을 사용하는 것도 가능), 이와 같이 특정한 Z값에 대해 도출된 회귀선을 단순 회귀선 (simple regression line)이라고 한다. 예제의 경우 평균중심화한 Z변수의 평균은 0, 표준편차는 3.10이므로 세 개의 Z값은 각각 $Z_H=3.10$, $Z_M=0$, $Z_L=-3.10$ 이 되며 이를 식 (5)에 대입해

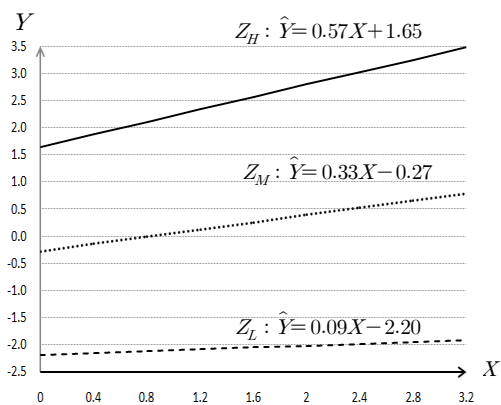


그림 4. 특정 Z값에 대한 단순 회귀선 그래프

서 얻은 3개의 단순 회귀선 그래프는 그림 4와 같다.

5. 회귀분석에서 상호작용효과 검증시 유의사항

회귀분석에서 상호작용효과를 검증할 때에는 앞에서 언급한 문제뿐만 아니라 상호작용 변수에 대한 표준화 계수의 오류문제와 상호작용 변수의 신뢰도 문제에 대해 유의해야 한다. 표준화 계수의 문제에 대해 먼저 설명하자면, 통계프로그램에서 제공되는 상호작용효과와 표준화 계수에는 오류가 있다.

상호작용 변수가 포함된 회귀모형인 식 (2)를 표준화하면, $\hat{Z}_Y = b_0^* + b_1^*Z_X + b_2^*Z_Z + b_3^*Z_XZ_Z$ 가 된다. 모든 변수를 표준화시켜서 회귀분석을 실시하게 되면 여기서 얻어지는 회귀계수는 자동으로 표준화된 계수(b^*)가 된다. 하지만 통계 프로그램에서 산출되는 상호작용효과와 표준화 계수(b_3^*)가 잘못 계산되는 이유는 X, Z 각각에 대한 표준점수를 구해 상호작용 변수를 만들지 않고, XZ를 하나의 변수로 인식하여 이를 직접 표준화시킨 값을 사용한다는 것이다. 즉 상호작용 변수 XZ의 표준화된 계수는 Z_XZ_Z 가 아닌 Z_{XZ} 의 계수 값으로 계산된다

표 6. 표준화 계수 분석 결과

		b_1 (for X)	b_2 (for Z)	b_3 (for XZ)	b_0	b_3 에 대한 t 검증
중심화	b	.33	.62	.08	-.27	7.13
	β	.31	.49	.25	-	7.13
표준화	b^*	.31	.49	<u>.23</u>	-.01	7.13
	β	.31	.49	.25	-	7.13

는 문제가 있다. 따라서 이를 교정해주어야 하는데 이를 위해서는 Y , X , Z 에 대해 표준화된 변수(Z_Y , Z_X , Z_Z)를 구한 후, Z_X 와 Z_Z 를 곱해 $Z_X Z_Z$ 를 구하여 표준화된 변수를 이용한 상호작용 분석을 다시 실시해야 한다. 표준화된 변수의 평균은 0이므로 평균중심화는 이미 이루어진 상태가 된다. 이 식에서 얻어진 계수는 자동으로 표준화 계수가 되므로, 이 계수를 다시 표준화할 필요는 없음을 주의해야 한다. 앞에서 분석했던 예제의 결과를 바탕으로 표준화된 변수를 만들어 분석한 결과는 표 6과 같다. 표에 제시된 바와 같이 표준화된 계수 .25를 교정하면 .23이 된다.

두 번째 유의사항은 상호작용 변수의 신뢰도와 관련된 문제이다. 일반적으로 X 와 Z 변수가 적절한 수준의 신뢰도를 나타내면 XZ 의 신뢰도 또한 그럴 것이라고 가정하는 경향이 있다. 그러나 두 변수의 신뢰도가 적절하게 높은 경우에도 상호작용 변수의 신뢰도는 낮아져서, 이 상태에서 상호작용효과를 검증하게 되면 변수의 측정오차 문제로 인해 상호작용효과가 과소추정되고 검증력(power)이 감소한다는 문제가 생길 수 있다.

X , Z 변수의 신뢰도와 상호작용 변수 XZ 의 신뢰도는 어떤 관계가 있는지 보자. XZ

의 신뢰도는 다음과 같이 계산된다(Busemeyer & Jones, 1983).

$$Rel(XZ) = \frac{Rel(X)Rel(Z) + [Corr(X, Z)]^2}{1 + [Corr(X, Z)]^2} \quad (7)$$

여기서 $Rel(X)$ 는 독립변수의 신뢰도, $Rel(Z)$ 는 조절변수의 신뢰도, $Corr(X, Z)$ 는 두 변수의 상관을 의미한다. 만약 X 와 Z 의 상관이 0이라면 상호작용 변수 XZ 의 신뢰도는 두 변수의 신뢰도를 곱한 값과 일치하게 된다. 즉, 공식에서 볼 수 있듯이 각 변수 X 와 Z 의 신뢰도 값이 작거나, 높다고 하더라도 두 변수 간의 상관이 작을수록 상호작용 변수 XZ 의 신뢰도는 더욱 감소한다. 따라서 변수 X 와 Z 는 일반적으로 적절하다고 판단되는 신뢰도의 기준을 만족하더라도 상호작용 변수 XZ 는 동일한 기준을 만족하지 못할 가능성이 매우 높아지는 것이다.

상호작용효과를 검증하는 대부분의 연구들은 회귀분석 또는 분산분석을 통해 이루어져 왔다. 하지만 이러한 분석 방법에서는 모형에 포함된 변수들의 측정오차(measurement error)를 통제할 수 없기 때문에 분석결과는 측정오차의 영향을 받게 된다. 또한 복잡하게 설정된

모형을 분석하기 어려우며, 모형 전체의 적합도 지수가 없으므로 모형의 적절성을 통계적으로 평가하기 어렵다는 문제가 있다. 이러한 문제점은 구조방정식 모형을 통한 조절변수의 상호작용효과 검증을 통해 어느 정도 감소시킬 수 있다.

III. 구조방정식 모형에서의 상호작용효과 검증

구조방정식 모형을 적용한 상호작용효과 검증은 다집단 분석(multigroup analysis)과 상호작용 모형 분석으로 나누어 볼 수 있다. 다집단 분석은 특정 범주 조건(예, 성별, 국적, 실험집단과 통제집단 등)에 따라 집단을 나누고 각 집단에서 추정된 계수가 집단에 따라 유의하게 다른지를 검증하는 방법이다. 이 경우 집단변수가 조절변수가 되므로 다집단 분석도 상호작용 모형에 속한다. 조절변수가 집단변수인 경우에는 다집단 분석을 통해서 상호작용효과를 검증하는 것이 절적인 방법이지만 조절변수가 연속변수인 경우에도 다집단 분석을 적용하는 경우가 있다. 즉 조절변수 Z를 상하(또는 상중하) 집단으로 나눈 뒤 각 집단에서 추정된 계수가 집단에 따라 유의하게 다른지를 검증하여 상호작용효과를 검증하게 된다. 예를 들어, 지능이 독립변수 X, 성과가 종속변수 Y일 때 X의 Y에 대한 효과가 조절변수 Z인 동기에 따라 다른 상호작용 모형을 검증한다고 가정하자. 이 때 다집단 분석을 적용하여, 동기수준이 높은 집단과 낮은 집단 사이에 X의 Y에 대한 효과가 유의하게 다르

면 X와 Z사이에 상호작용이 발생했다고 해석할 수 있다. 하지만 조절변수가 연속변수인 경우에 다집단 분석을 이용한 상호작용효과 검증은 동기와 같은 조절변수가 잠재변수가 될 수 있음에도 총점을 구해 측정변수로 만든 후, 이를 임의적으로 이분화한다는 한계가 있다. 즉 지능, 성과, 동기 변수 중에서 지능과 성과는 잠재변수로 사용하고 조절변수인 동기만 측정변수로 처리하여 총점을 구한 후 임의로 이분화하는 문제가 생긴다. 또한 계수에 있어서 집단에 따른 효과차이만 검증할 뿐 상호작용효과 자체를 추정하는 것이 불가능하다는 제한점이 있다. 따라서 조절변수가 연속변수이고 이 변수가 여러 개의 문항으로 측정되었다면 조절변수 또한 잠재변수화하여 상호작용 모형을 통해 효과를 검증하는 방법이 보다 바람직하다.

예를 들어, 회귀분석에서 적용된 자료의 경우 독립변수 X, 조절변수 Z, 종속변수 Y가 있고 각 변수는 3개의 문항으로 측정되었다. 이 자료는 3개의 잠재변수에 각각 3개의 측정변수 또는 지표변수(indicator)가 있는 것이므로 구조모형은 $Y = \gamma_1 X + \gamma_2 Z + \gamma_3 XZ + e$ 로 나타낼 수 있으며, 상호작용 변수를 포함한 전체 구조방정식 모형은 그림 5와 같다. 그림에서 상호작용 잠재변수 XZ와 이것의 지표변수 9개, 그리고 측정오차 9개로부터 추정되는 모수는 모두 X와 Z 부분에서 추정되는 모수 값을 이용하여 제약을 가해야 한다. 이렇게 XZ 부분에 대해 모두 제약을 가하는 방법을 완전제약방법(fully constrained approach)이라고 한다. 물론 대부분의 제약을 생략하는 비제약 방법도 있는데 이는 뒷부분에서

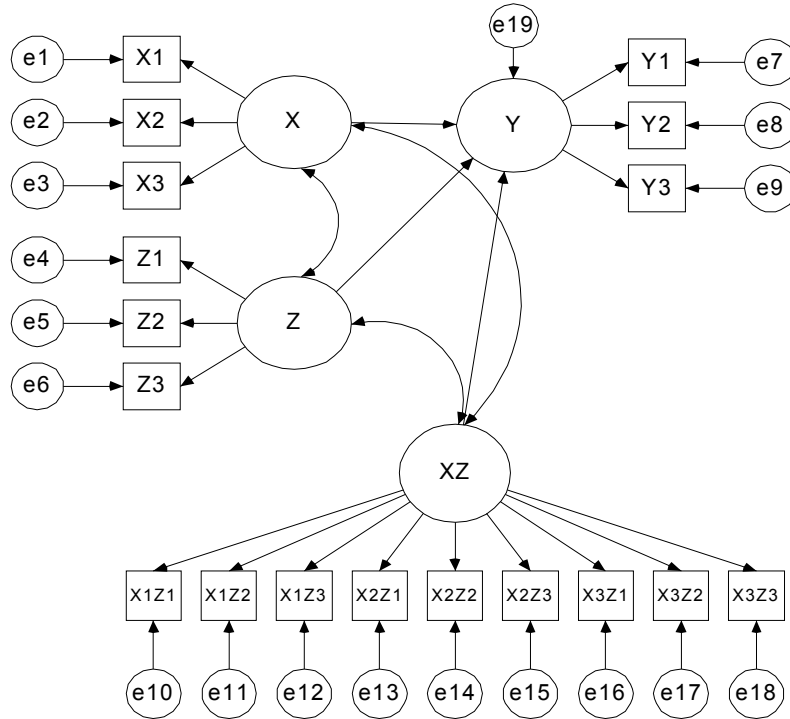


그림 5. 잠재변수 사이의 상호작용효과 분석 모형 예

설명한다.

완전제약방법으로 모형을 분석하기 위해서는 XZ의 분산, 요인계수, 측정오차 분산이 추정되지 않고 X와 Z잠재변수의 추정치를 이용하여 제약하여야 한다. 구조방정식모형에서 모수 값을 제약한다는 의미는 한 모수의 값을 추정하지 않고 일정한 상수 값을 직접 부여하거나, 다른 모수 값과 같게 추정하거나, 다른 모수의 결함과 동일하게 추정하는 것을 의미한다.

구체적인 제약의 절차는 다음과 같다 (Algina & Moulder, 2001). 그림 5에서처럼 종속변수 Y에 지표변수(indicator)로 y1, y2, y3가 있고, 독립변수 X에 x1, x2, x3가 있고 조절변수 Z에 z1, z2, z3가 있는 경우, 측정모형은 다음

과 같이 정의된다.

$$y_1 = \tau_1 + (1)Y + \epsilon_{y1}$$

$$y_2 = \tau_2 + \lambda_{y2}Y + \epsilon_{y2}$$

$$y_3 = \tau_3 + \lambda_{y3}Y + \epsilon_{y3}$$

$$x_1 = (1)X + \epsilon_{x1}$$

$$x_2 = \lambda_{x2}X + \epsilon_{x2}$$

$$x_3 = \lambda_{x3}X + \epsilon_{x3}$$

$$z_1 = (1)Z + \epsilon_{z1}$$

$$z_2 = \lambda_{z2}Z + \epsilon_{z2}$$

$$z_3 = \lambda_{z3}Z + \epsilon_{z3}$$

위 식에서 τ , λ , ϵ 는 각각 절편, 요인계수, 오차변수를 의미한다. 종속변수에 대한 측정변수는 평균중심화를 하지 않고 대신 절편을

추정한다. 그리고 독립변수와 조절변수에 해당하는 측정변수에 대해서는 모두 평균중심화를 실시하고 대신 절편을 추정하지 않는다. 상호작용 잠재변수의 XZ 에 대한 측정모형에서 추정되는 모든 값은 위에서 추정되는 값의 결합으로 아래와 같이 제약을 가한다.

$$x_{1z1} = \lambda_{x1}\lambda_{z1}XZ + \epsilon_{x1z1}$$

$$x_{1z2} = \lambda_{x1}\lambda_{z2}XZ + \epsilon_{x1z2}$$

$$x_{1z3} = \lambda_{x1}\lambda_{z3}XZ + \epsilon_{x1z3}$$

$$x_{2z1} = \lambda_{x2}\lambda_{z1}XZ + \epsilon_{x2z1}$$

$$x_{2z2} = \lambda_{x2}\lambda_{z2}XZ + \epsilon_{x2z2}$$

$$x_{2z3} = \lambda_{x2}\lambda_{z3}XZ + \epsilon_{x2z3}$$

$$x_{3z1} = \lambda_{x3}\lambda_{z1}XZ + \epsilon_{x3z1}$$

$$x_{3z2} = \lambda_{x3}\lambda_{z2}XZ + \epsilon_{x3z2}$$

$$x_{3z3} = \lambda_{x3}\lambda_{z3}XZ + \epsilon_{x3z3}$$

즉, XZ 잠재변수의 지표변수는 독립변수 X 와 조절변수 Z 의 지표변수를 모두 곱해서 만든다. 그리고 곱해진 지표변수의 요인계수는 추정하는 것이 아니라 해당되는 두 지표변수의 요인계수의 곱으로 제약해야 한다.

예를 들면 XZ 지표변수 x_{1z1} 의 요인계수는 $\lambda_{x1}\lambda_{z1}$ 으로 제약을 가하고 오차분산은 $\lambda_{x1}^2 \text{Var}(X)\theta_{z1} + \lambda_{z1}^2 \text{Var}(Z)\theta_{x1} + \theta_{x1}\theta_{z1}$ 으로 제약을 가한다. 여기서 θ 는 오차분산(error variance)을 의미한다.

그리고 상호작용 잠재변수 XZ 의 분산은 $\text{Var}(XZ) = \text{Var}(X)\text{Var}(Z) + \text{Cov}(X, Z)^2$ 으로, 평균은 $E(XZ) = E(X)E(Z) + \text{Cov}(X, Z) = \text{Cov}(X, Z)$ 으로 제약한다. 이와 같이 제약을 가한 상태에서 XZ 가 Y 에 영향을 미치는 계수를 추정하여 Y 에 대

한 X 와 Z 사이의 상호작용효과를 검증하게 된다.

이와 같이 완전제약방법을 통해 상호작용모형을 분석하는 경우 절차가 매우 복잡할 뿐 아니라 여러 가지 문제점이 발생한다.

첫째, 요인계수와 오차분산의 제약은 한 모수가 다른 모수의 결합체가 되므로 비선형 제약(nonlinear constraint)에 해당하고 이런 제약은 특정 프로그램(예, AMOS에서는 불가능하고 Mplus는 가능)에서만 가능하다. 둘째, 상호작용의 지표변수는 독립변수 X 와 조절변수 Z 의 측정변수의 곱을 통해 생성하므로 X , Z 의 지표변수가 많으면 XZ 의 지표변수의 수가 급격히 증가하게 된다. 셋째, X 와 Z 의 지표변수가 정상분포를 이루어도 XZ 의 지표변수의 분포는 정상분포에서 벗어나게 되며, 이는 XZ 의 지표변수의 수가 많을수록 정상성의 위배문제는 심각해진다.

이러한 문제점들을 해결하기 위해 그동안 여러 가지 현실적인 대안들이 제시되었다. 예를 들면, 2단계 방법(Ping, 1996)을 통해 요인계수와 오차분산에 대한 비선형 제약이 불필요하게 되었다. 다음으로 XZ 지표변수의 증가는 여러 개의 지표변수의 평균을 사용하여 단일 지표 변수를 만들어 사용하는 방법이 제안되었다. 마지막으로 XZ 지표변수의 정상성 이탈과 관련해서는 XZ 의 지표변수의 수가 적어질수록 비정상성 문제가 덜 심각하므로, 지표변수의 수를 줄이거나 Robust 추정방법을 사용할 수 있다.

최근에는 위에서 설명한 대부분의 제약을 생략하면서도 완전제약방법과 거의 유사하게 추정하는 장점이 있는 비제약 방법(non

constrained approach)이 제시되었다(Marsh, Wen, & Hau, 2004). 이 방법은 잠재변수 XZ의 평균과 잠재변수 X와 Z의 공분산이 동일하다는 제약 $E(XZ)=Cov(X, Z)$ 를 제외하고 모든 제약을 해제한 모형으로 상호작용 요인의 지표변수 즉, 독립변수와 조절변수의 곱으로 이루어진 변수의 수가 두 개 이상이면 추정이 가능하다. 비제약 방법은 많은 복잡한 제약이 없다는 점과 그로 인해 AMOS를 비롯한 모든 구조방정식 프로그램을 사용하여 분석 가능하다는 것이 장점이다.

비제약 방법의 분석 절차는 크게 (1) 문항합산(item parceling) (2) 평균중심화 (3) 상호작용 모형 개발의 순서를 따른다.

먼저 일반적인 구조방정식 모형에서처럼 X와 Z의 측정변수가 많은 경우 문항합산을 해야 한다. 대부분의 연구에서 X나 Z라는 개념을 측정하기 위해 하나의 검사를 사용하고 그 검사는 10-20개의 문항으로 구성되는 경우가 흔하기 때문에 지표변수의 수를 줄이기 위해 문항합산을 사용한다. 문항합산 방법은 문항의 수와 검사의 구조가 다차원인지 일차원인지의 여부에 따라 몇 가지 방법으로 나누어진다.

먼저 문항 수가 2-5개로 적은 경우에는 개별 문항을 모두 지표변수로 사용하지만, 문항 수가 많은 경우에는 문항을 합산하여 2-5개의 지표 변수를 형성하며 일반적으로 3-4개를 권장한다. 문항 수가 많고 검사가 다차원 구조를 가지고 있는 경우 문항을 합산하는 방법은 내적 일관성 방법(internal consistency approach)과 개념영역 대표성 방법(domain representative approach)이 있다(Bandalos & Finney, 2001; Little,

Cunningham, Shahar, & Widaman, 2002).

내적 일관성 방법이란 각 동일 요인에 속하는 문항을 모두 합산하여 변수를 형성하는 방법이다. 따라서 지표변수의 수는 요인의 수와 일치하게 된다. 예를 들어 3요인으로 구성된 자아개념을 각 요인별로 6문항씩 측정하였다면 지표변수는 3개가 만들어지며 각 지표변수는 해당 요인에 속하는 6문항의 합이 된다. 각 요인에 속하는 문항의 수는 달라도 무방하다. 예를 들어, A, B, C 3요인으로 구성된 자아개념을 각 요인별로 6문항씩(A1-A6, B1-B6, C1-C6) 측정한다고 가정하자. 이 경우 문항합산은 다음과 같이 이루어진다.

$$SC1 = A1 + A2 + A3 + A4 + A5 + A6$$

$$SC2 = B1 + B2 + B3 + B4 + B5 + B6$$

$$SC3 = C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6$$

내적 일관성 방법을 사용하기 위해서는 해당검사의 요인구조를 먼저 알아야 하는데 이는 해당 검사를 타당화한 기존의 연구를 찾아보면 알 수 있다.

개념영역 대표성 방법이란 각 지표변수가 개념을 대표할 수 있도록 모든 요인에 속하는 문항을 골고루 선택하여 합산하는 것이다. 개념영역 대표성의 방법으로 합산하게 되면 다음과 같다.

$$SC1 = A1 + A2 + B3 + B4 + C5 + C6$$

$$SC2 = A3 + A4 + B5 + B6 + C1 + C2$$

$$SC3 = A5 + A6 + B1 + B2 + C3 + C4$$

위에서 볼 수 있듯이 각 지표변수에는 A,

B, C의 측정문항이 골고루 포함되어 자아개념의 3요인을 모두 포함하고 있다. 이 방법은 연구자가 지표변수의 수를 조정할 수 있다는 장점이 있다. 예를 들어 4개의 지표변수를 만든다면

$$SC1 = A1 + B1 + C1$$

$$SC2 = A2 + B2 + C3$$

$$SC3 = A3 + B3 + C3$$

$$SC4 = A4 + B4 + C4$$

를 기본으로 하고 사용되지 않은 A5, A6, B5, B6, C5, C6은 4개의 지표변수에 임의로 할당할 수 있다. 즉, 각 지표 변수에 포함되는 문항의 수가 동일하지 않아도 무방하다.

반면 검사가 일차원 구조를 가지고 있는 경우에는 임의할당 방법(random assignment)과 균형할당 방법(balancing assignment)이 있다(Bandalos & Finney, 2001; Little et al., 2002). 임의할당 방법은 각 지표변수에 임의적으로 변수를 할당하여 생성하는 것이며, 균형할당 방법은 각 문항합산 결과의 요인계수의 크기가 유사하도록 문항의 요인계수 크기에 따라 할당하는 것이다. 예를 들어 자아개념이 일차원 구조로 18문항으로 측정되었으며 요인계수의 크기는 SC1, SC2, ..., SC18의 순서라고 가정하자. 이를 합산하여 3개의 지표변수를 생성하게 되면 다음과 같다.

$$A = SC1 + SC6 + SC7 + SC12 + SC13 + SC18$$

$$B = SC2 + SC5 + SC8 + SC11 + SC14 + SC17$$

$$C = SC3 + SC4 + SC9 + SC10 + SC15 + SC16$$

위에서 설명한 바와 같이 문항을 합산한 뒤, 평균중심화를 실시한다. 이때 종속변수 Y의 지표변수는 그대로 두고 X, Z의 지표변수만 평균중심화를 하며, XZ의 지표변수는 평균중심화된 변수의 곱으로 생성한다. 예를 들어 X, Z요인의 지표변수가 (x_1, x_2, x_3), (z_1, z_2, z_3)일 때, 상호작용 잠재변수의 지표변수는 3x3인 총 9개가 생성된다. 그러나 상호작용 변수의 지표변수를 줄이기 위해 9개 대신 쌍별결합 방법(matched-pair strategy)을 사용할 수 있는데 예를 들면 x_1z_1, x_2z_2, x_3z_3 세 개의 변수만 사용하는 것이다. 물론 쌍별결합을 다르게 만들 수도 있다(예, x_1z_3, x_2z_2, x_3z_1). 쌍별결합 방법은 간단하지만 독립변수와 조절변수의 모든 지표변수를 곱한 방법과 비교하여 큰 차이가 없다는 장점이 있다(Jackman et al., 2011). 쌍별결합 방법을 적용하기 위해서는 독립변수와 조절변수의 지표변수의 수를 일치시키는 것이 편리하다. 이를 위해 문항결합 시 내적일관성 방법보다는 개념영역 대표성 방법을 적용하는 것이 필요하다. 내적 일관성 방법의 경우 요인 수에 따라 문항결합이 이루어져 독립변수와 조절변수의 요인 수가 다르면 지표변수의 수가 달라져서 쌍별결합 방법을 적용하는데 어려움이 있다. 하지만 개념영역 대표성 방법의 경우에는 연구자가 미리 정한 수대로 문항결합을 실시할 수가 있기 때문에 독립변수와 조절변수의 지표변수의 수를 동일하게 만들 수가 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 지표변수는 3-4개 정도를 생성하는 것이 적절하다. 참고로, 독립변수와 조절변수의 지표변수의 수가 달라도 쌍별결합 방법을 적용하는 것이 가능하지만 간편성을 위해 동일한 수의 지표

변수 수를 권장하는 것이다.

마지막으로 상호작용 모형을 개발하여 분석한다. 이때 고려할 사항은 다음과 같다. 먼저 평균중심화된 X와 Z변수의 절편은 모두 0으로 제약하지만 종속변수 Y의 지표변수의 절편은 추정한다. 잠재변수 수준에서는 잠재변수 X, Z의 평균을 0으로 제약하고 XZ의 평균과 X와 Z사이의 공분산은 동일하게 제약한다.

비제약 방법을 통해 상호작용효과를 분석하는 것이 일반 응용 연구자에게 가장 용이하므로 이 방법을 적용한 분석 예를 설명하도록 한다. 아래에서는 회귀분석에서 사용되었던 자료를 이용하여 비제약 방법을 통해 구조방정식 모형을 적용한 상호작용의 검증 절차와 유의점들에 대해 구체적으로 살펴보

고자 한다.

1. 평균중심화 비제약 상호작용 모형의 예

회귀분석을 적용한 상호작용효과 검증에서 사용된 것과 동일하게 부모불화(독립변수 X)를 측정하는 3개의 문항, 공격성(종속변수 Y) 3문항, 남성우월성(조절변수 Z)을 측정하는 3문항을 사용하였다. 이 예의 경우에는 X, Z를 측정하는 변수의 수가 적고 동일하여 문항결합은 별도로 실시하지 않는다. 연구가설 또한 부모불화 정도가 심할수록 청소년의 공격성은 증가하는데, 이때 남성우월성이 크면 증가의 폭이 더욱 커지는 것으로 동일하게 설정하였다. 분석모형은 그림 6과 같다.

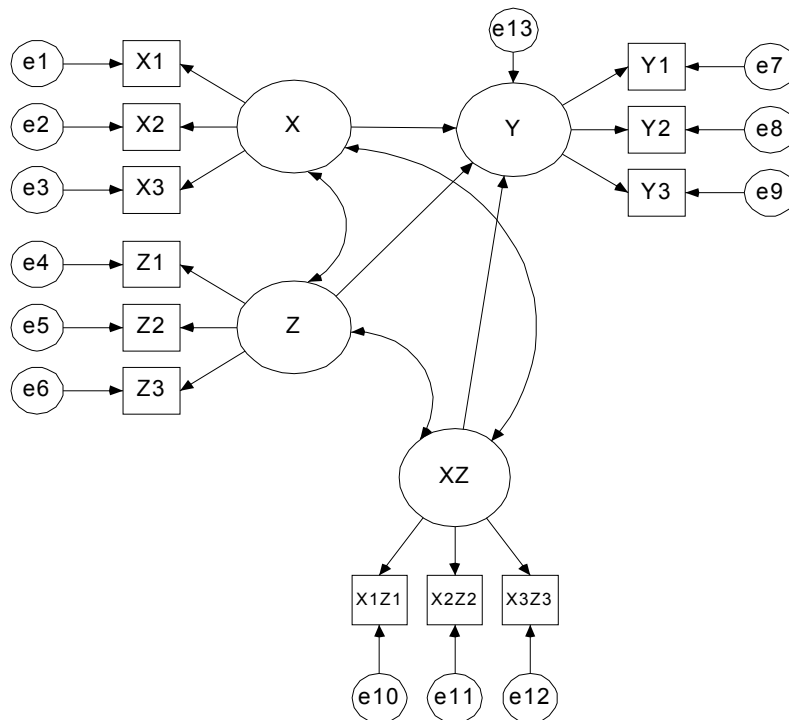


그림 6. 평균중심화 비제약 상호작용 모형 예

앞에서 설명한 절차에 따라 설정된 상호작용 모형의 분석결과와 모형 적합도는 표 7, 표 8에 각각 제시하였다.

상호작용 모형의 적합도는 모두 적절한 수준으로 나타났으며, 추정된 계수값을 바탕으로 식을 정리해보면 다음과 같다.

$$\hat{Y} = 0.45X + 0.82Z + 0.37XZ \quad (8)$$

$$\hat{Y} = 0.82Z + (0.45 + 0.37Z)X \quad (9)$$

결과를 해석해 보면 부모의 불화(X)의 정도가 심할수록 청소년의 공격성(Y)은 증가하며, 이때 남성우월성(Z)이 클수록 그 정도는 더욱 심해지는 것으로 나타났다.

상호작용효과에 대한 명확한 이해를 위해, 회귀분석에서와 마찬가지로 X의 효과가 Z값에 따라 어떻게 달라지는지 그래프를 그려볼 필요가 있다. 조절변수인 남성우월성(Z)은 잠재변수이므로 일정한 기준에 따라 값이 크거나 작다고 판단하는데 어려움이 있다. 따라서 그래프의 기준이 되는 값은 회귀분석과 마찬가지로

가치로 Z평균+1표준편차(Z_H), Z평균(Z_M), Z평균-1표준편차(Z_L)을 사용한다. 잠재변수의 평균은 0, 표준편차는 잠재변수 Z의 추정된 분산값에 루트를 취해 구하면 된다. 예제의 경우 Z의 분산이 0.97로 추정되었으므로 표준편차는 0.98이 되며, 세 값은 $Z_H=0.98$, $Z_M=0$, $Z_L=-0.98$ 이 된다. 이 세 값을 식 (8)에 대입하여 얻은 3개의 단순회귀선을 바탕으로 그린 그래프는 그림 7과 같다.

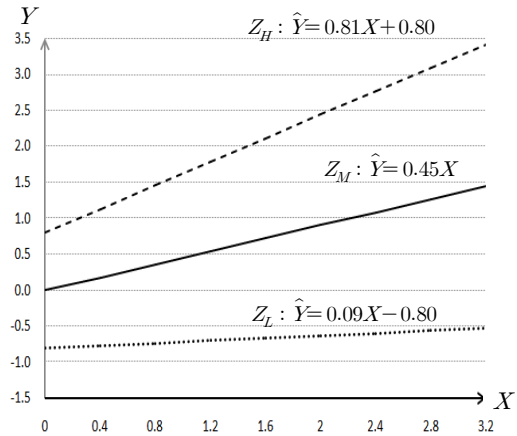


그림 7. 특정 Z값에 대한 그래프 예

표 7. 평균중심화 비제약 상호작용 모형 분석결과

			비표준화 계수(B)	표준오차	표준화계수(β)	t
X	→	Y	0.45***	0.06	0.38	7.31
Z	→	Y	0.82***	0.08	0.64	9.74
XZ	→	Y	0.37***	0.07	0.36	5.12

*** $p < .001$.

표 8. 평균중심화 비제약 상호작용 모형 적합도

χ^2	df	TLI	CFI	RMSEA
43.04	57	1.011	1.000	.000

2. 상호작용효과의 표준화된 계수 교정

구조방정식을 적용한 상호작용 검증에서도 회귀분석과 동일하게, 대다수의 통계 프로그램이 제시하는 상호작용 변수 XZ 의 표준화 계수 β_3 가 정확하지 않다는 문제점이 있다. 이는 앞서 설명한 것과 마찬가지로 X , Z 를 각각 표준화시킨 후 상호작용 변수를 만들어 표준화계수를 구하지 않고, XZ 를 표준화시킨 후 표준화 계수를 구하기 때문이다. 구조모형 $Y = \gamma_1 X + \gamma_2 Z + \gamma_3 XZ + e$ 를 표준화시키면 $Z_Y = \beta_1 Z_X + \beta_2 Z_Z + \beta_3 Z_{XZ} + \epsilon$ 가 되며, 여기서 각 계수는 다음과 같다.

$$\beta_1 = \gamma_1 \frac{SD(X)}{SD(Y)}, \beta_2 = \gamma_2 \frac{SD(Z)}{SD(Y)}, \beta_3 = \gamma_3 \frac{SD(XZ)}{SD(Y)} \quad (10)$$

식에서 확인할 수 있듯이 상호작용 변수 XZ 의 표준화된 계수 β_3 는 $Z_X Z_Z$ 가 아닌 Z_{XZ} 값으로 계산되고 있다. 따라서 올바른 표준화된 계수를 위해서는 XZ 가 직접 표준화되지 않고, X , Z 가 각각 표준화 되어 곱해져야 한다. 수정된 표준화된 계수는 식(11)을 통해 계산할 수 있다 (Wen, Marsh, & Hau, 2010).

$$\beta_3^c = \beta_3 \frac{\sqrt{var(X)var(Z)}}{\sqrt{var(XZ)}} \quad (11)$$

비제약 평균중심화 모형의 예제 결과를 바탕으로 β_3 값을 수정하면, $\beta_3 = .37$, $var(X) = 1.11$, $var(Z) = .97$, $var(XZ) = 1.47$ 이므로 수정된 표준화된 계수 값은 .32가 된다. 참고로 위 공식은 회귀분석에도 적용될 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 상호작용에 대한 개념과 상호작용을 검증 시 유의점, 회귀분석과 구조방정식을 통한 상호작용효과의 검증 방법, 해석 방법 등에 대하여 설명하였다. 마지막으로 앞에서 설명한 내용들을 바탕으로 상호작용 분석에서 많은 연구자들이 혼동하거나 오해하고 있는 사항들에 대해 정리하면 다음과 같다.

첫째, 상호작용 분석을 할 때 독립변수 X 와 조절변수 Z 변수가 먼저 모두 통계적으로 유의한 경우에만 상호작용 변수 XZ 를 검증하는 것이 가능하다고 생각하는 연구자들이 있다. 그러나 X 와 Z 의 통계적 유의성 여부와 XZ 의 통계적 유의성은 무관하다. 즉, X 와 Z 가 유의하지 않아도 XZ 가 유의할 수 있다는 것이다. 분산분석도 회귀분석을 일종이므로 편의상 X 와 Z 가 모두 범주형인 분산분석 상황에서 설명하고자 한다. 분산분석에서도 주효과는 유의하지 않고 상호작용효과만 유의한 경우가 발생할 수 있다.

예를 들어, 과목에 따라 교수방법에 따른 효과에 차이가 있는지 검증한다고 가정하자. 독립변수인 교수방법은 강의식 수업과 토론식 수업으로, 과목은 영어와 과학으로 나누어지며(두 변수는 통계적으로 모두 독립변수이지만 이론적 측면에서 하나는 독립변수, 하나는 조절변수로 생각할 수도 있다), 종속변수는 기말고사 점수이다. 각 조건별 학생들의 기말고사 점수는 다음과 같으며, 편의상 각 조건의 표본크기는 동일하다고 가정하자.

표 9. 과목과 교수법에 따른 기말고사 점수

	영어	과학
강의식	90	60
토론식	60	90

먼저 과목에 관계없이 강의식 수업을 받은 학생들의 점수의 평균은 75점이고, 토론식 수업을 받은 학생들의 점수의 평균 또한 75점이다. 즉, 교수법에 따른 평균점수에 차이가 없으므로 주효과는 유의하지 않다는 것을 알 수 있다. 다음으로 영어 수업의 평균은 75점, 과학 수업의 평균 또한 75점으로 과목에 따른 평균점수에도 차이가 없으므로 과목의 주효과 또한 유의하지 않은 것으로 나타났다. 하지만 각 셀에 따라 평균값의 차이가 있으므로 상호작용효과를 고려할 수 있으며 이를 확인하기 위해 그래프를 그려보면 그림 8과 같다.

그래프를 보면 과목에 따라 교수방법의 효과가 상이하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 강의식으로 수업을 한 경우 과학보다는 영어 수업을 들은 학생들의 평균점수가 매우 높았으나 토론식으로 수업을 한 경우에는 반대로 영어보다는 과학수업을 들은 학생들의 평균점수가 매우 높게 나타났다. 즉, 주효과는 유의

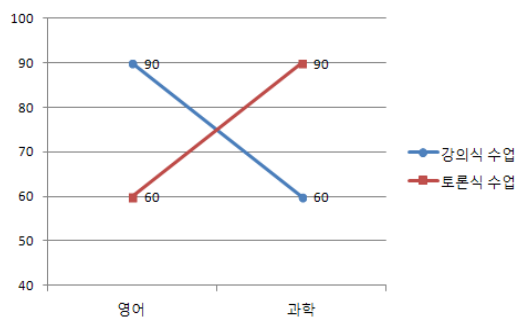


그림 8. 상호작용효과 그래프

하지 않지만 상호작용효과는 유의하다는 것을 확인할 수 있다. 회귀분석으로 확장해서 해석하면 X와 Z가 유의하지 않아도 이와는 별개로 XZ는 유의하게 나타날 수 있다는 의미이다.

둘째, 상호작용 변수 XZ가 모형에 포함되는 경우, X와 Z변수도 모형에 함께 포함되어야 한다. 상호작용효과를 검증한다는 것은 상호작용을 이루는 두 변수의 효과가 통제된 상태에서 두 변수의 결합효과(joint effect) XZ가 유의한지를 검증하는 것이지 통제 없이 상호작용효과 자체만을 검증하는 것이 아니다. 예를 들어 3원 상호작용(XZM)을 검증하는 상황이라면 모형에 X, Z, M, XZ, XM, ZM도 투입되어 XZM 검증시 통제변수의 역할을 해야 한다. X, Z, M, XZM만 투입하여 검증하는 것도 맞지 않는 것이다. 따라서 상호작용효과 검증을 위해서는 상호작용 변수와 상호작용 변수를 구성하는 하위변수가 통계적 유의성에 관계없이 모두 모형에 포함되어야 한다.

셋째, 독립변수 X와 조절변수 Z의 평균 중심화는 권장(recommended) 사항이며 필수(required) 사항은 아니다. 평균중심화는 다중공선성의 가능성을 감소시키며, 계수의 해석을 용이하게 한다. 하지만 회귀분석에서 제시된 예와 같이 평균중심화를 하지 않아도 X와 XZ 사이의 상관, Z와 XZ 사이의 상관이 0에 근접하거나, X, Z변수의 0점이 의미하는 바가 명확하게 정의되는 경우에는 평균중심화를 반드시 적용하지 않아도 된다. 앞에서 설명한 바와 같이 평균중심화 여부와 관계없이 상호작용 변수의 계수인 b_3 는 동일하다. 그러나 평균중심화 여부에 따라 X, Z변수의 0의 위치가

다르므로 이 두 변수의 계수는 다르게 된다.

넷째, 상호작용 변수의 표준화 계수는 교정되어야 한다. 앞서 언급한 것과 같이 통계프로그램에서 제시하는 상호작용 변수의 표준화 계수는 상호작용항 XZ 를 하나의 변수로 인식하여 이를 표준화시켜 계수를 산출한다. 따라서 올바른 표준화 계수를 얻기 위해서는 X , Z 를 각각 표준화 시킨 후, 이를 바탕으로 상호작용 변수를 만들어 표준화계수를 구해야 한다. 회귀분석을 적용하여 분석한 경우, 표준화된 X , Z 를 곱해 상호작용 변수를 만들어 재분석하거나 공식 (11)을 사용하여 교정할 수 있으며, 구조방정식모형을 사용한 경우에도 공식 (11)을 통해 교정이 가능하다.

다섯째, X 와 Y 사이에 개입하는 제 3의 변수 Z 가 조절변수로 사용해도 의미가 있고 매개변수로 사용해도 의미가 있는 경우가 있다. 예를 들어 따돌림이 우울증을 유발한다는 분석에서 자아개념을 제 3의 변수로 고려한다고 가정하자. 따돌림이 우울증에 영향을 주는 정도는 따돌림을 당하는 사람의 자아개념 수준에 따라 다르다고 모형을 만들면 자아개념은 따돌림과 상호작용효과를 갖게 된다. 이런 모형이 충분히 해석 가능한 의미있는 모형이지만, 자아개념을 매개변수로 사용하는 것 또한 해석 가능한 모형이 될 수 있다. 즉, 따돌림은 자아개념에 영향을 주고 이는 우울증을 유발할 수 있다고 모형화 할 수 있다. 많은 연구자들이 두 가지 중에 하나를 선택하는 경향이 있는데 이는 다른 대안으로 인해 논리적인 접근방법이라고 할 수는 없다. 어떤 연구자는 조절효과 모형과 매개효과 모형을 별도로 분석하여 이 중 하나만 유의하게 나오면 그 효

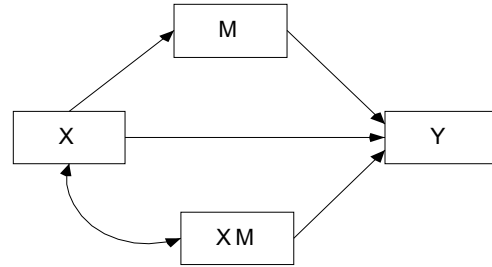


그림 9. M이 조절효과와 매개효과로 동시에 사용된 모형

과가 있다고 주장한다. 예를 들면, Çivitci과 Çivitci(2009)의 연구에서는 청소년기 삶의 만족도와 외로움과의 관계에서 자아존중감이 매개변수와 조절변수 중 어떤 역할을 하는지 알아보기 위해 각각의 두 가지 모형을 분석하여 비교하였다. 연구결과 자아존중감은 외로움과 삶의 만족도를 부분 매개하지만 조절효과는 통계적으로 유의하지 않는 것으로 나타났다. 이 연구에서는 다행히 매개효과만 유의하게 나타났지만 둘 모두 유의하게 나온다면 해석에 어려움이 생긴다. 이런 경우에는 모형에 조절효과와 매개효과를 모형에 모두 포함시키는 것이 바람직하다. 그림 9처럼 모형을 만들게 되면 변수 M 은 X 와 상호작용하면서 동시에 X 와 Y 를 매개하는 매개변수가 된다. 편의상 경로모형으로 표현하였지만 잠재변수가 포함된 구조방정식 모형으로도 분석이 가능하다.

이 모형을 개념적으로 이해하기 위해 그림을 다르게 그리면 그림 10처럼 된다. 이 그림에서는 M 이 조절변수가 아니라 X 가 조절변수처럼 나타났지만 앞에서 설명한 바와 같이 독립변수와 조절변수 사이의 상호작용은 두 변수의 곱으로 표현되기 때문에 통계적으로는

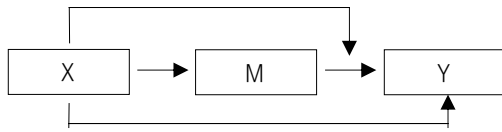


그림 10. 그림 9에 대한 개념도

구분되지 않는다. 따라서 그림 10의 통계 모형인 그림 9에서 XM이 유의하면 M의 조절효과가 유의하다고 해석할 수 있다. 이 모형에서 처럼 매개와 조절효과가 결합된 형태를 조절된 매개(moderated mediation)라고 한다.

여섯째, 측정된 변수들의 신뢰도를 바탕으로 분석방법을 결정하는 것은 적절하지 않다. 구조방정식 모형을 사용하면 주요 장점이 측정오차의 통제이므로 모형에서 사용되는 X, Y, Z변수들의 신뢰도가 충분히 만족스러운 수준이라면 간편함을 위해서 구조방정식 모형 대신 회귀분석을 사용하는 것으로 결정하는 연구자들이 있다. 그러나 앞에서 설명한 바와 같이 독립변수 X와 조절변수 Z의 신뢰도가 모두 높더라도 두 변수의 곱으로 형성된 변수인 XZ의 신뢰도는 낮아질 수 있다는 문제가 있다. 식 (7)에 의하면, 예를 들어 X와 Z의 신뢰도가 .70이고 두 변수 X와 Z의 상관이 0.25 라면 XZ의 신뢰도는 0.52로 낮아짐을 알 수 있다. 이와 같이 XZ의 신뢰도는 X와 Z 각각의 신뢰도와 두 변수 사이의 상관에 따라 결정된다. 따라서 분석하려는 모형의 특성과 사례 수, 측정하는 변수의 특성들을 바탕으로 적합한 분석 방법을 선택해야 한다. 일반적으로 회귀분석에 비해 구조방정식 모형을 적용하기 위해서는 상대적으로 많은 사례수가 필요하므로 복잡한 상호작용 모형을 분석할 때에는 충분한 사례수를 확보했는가가 중요한

결정요인이 될 수 있다.

일곱째, 조절변수가 연속변수인 경우에 다집단 분석을 이용한 상호작용효과 검증이 바람직하지 않지만, 이런 접근방법이 항상 문제가 있다고는 할 수 없다. 다집단 분석은 조절변수가 잠재변수가 될 수 있음에도 총점을 구해 측정변수로 만든 후, 이를 임의적으로 이분화 한다는 한계가 있고 계수에 있어서 집단에 따른 효과차이만 검증할 뿐 상호작용효과 자체를 추정하는 것이 불가능하다는 제한점이 있다. 그러나 모형이 매우 복잡하고 모형의 여러 경로에서 조절변수 M과의 상호작용이 있다면 여러 개의 상호작용에 대해 그림 5나 그림 6처럼 복잡한 상호작용항을 생성하기는 현실적으로 어렵다. 예를 들어 지능(X1)이 지식(X2)에 영향을 주고, 지식(X2)은 성과(X3)에 영향을 주는 모형이 있다. 이때 X1과 X2 사이에 동기(Z)가 조절효과를 가지고 있고, X2와 X3 사이에도 Z의 조절효과가 있다고 가정하자. 이 경우에 상호작용항이 2개(X1Z, X2Z)로 늘어나므로 모형이 매우 복잡해진다. 이런 복잡한 상황이라면 동기수준에 따라 상하집단으로 나누고 X1, X2, X3사이의 효과가 상 집단, 하 집단에 따라 유의하게 다른지 검증하는 다집단 분석이 오히려 현실적인 대안이 될 수 있다. 모형이 복잡한 경우에는 최선은 존재하지 않고 차선만 존재할 수 있는데 이런 경우에는 여러 상황을 고려하여 최선이 될 수 있는 차선을 선택하는 것이 바람직할 수 있다.

마지막으로, 상호작용의 효과를 탐색적으로 검증하는 것은 적절하지 않다. 예를 들면 X, Z변수의 유의성을 검증한 후 해석까지 모두 마친 다음, 탐색적 차원에서 X와 Z 사이의 상

호작용이 있는지 상호작용 변수 XZ 를 추가로 검증하는 경우이다. 두 번째 단계에서 상호작용효과가 발생하게 되면 X 와 Z 변수의 효과는 조건계수로 해석이 되므로 이전 단계에서 해석한 주효과로서의 X , Z 에 대한 해석은 그 의미를 상실할 수 있다. 따라서 연구자는 상호작용의 효과를 탐색적으로 살펴볼 것이 아니라 선행연구를 바탕으로 가설을 설정하여 상호작용이 기대된다면 처음부터 모형에 포함하여 검증할 필요가 있다.

본 논문에서는 행동과학에서 많이 사용하는 상호작용효과를 검증하는 방법을 회귀분석과 구조방정식 모형을 이용하여 제시하였다. 다른 분석과는 달리 상호작용효과는 분석절차가 복잡하므로 주의하여야 할 점을 강조하여 설명하였다. 마지막으로 상호작용 분석에서 많은 연구자들이 혼동하거나 오해하고 있는 대표적인 문제점을 뽑아서 설명하였는데 연구자들이 상호작용효과 분석을 명확히 이해하는데 도움이 되기를 기대한다.

참고문헌

- Aiken, L. S., & West, S. G. (1991). *Multiple regression: Testing and interpreting interactions*. Newbury Park, London: Sage.
- Algina, J., & Moulder, B. C. (2001). A note on estimating the Jöreskog-Yang model for latent variable interaction using LISREL 8.3. *Structural Equation Modeling*, 8(1), 40-52.
- Bandalos, D. L., & Finney, S. J. (2001). Item parceling issues in structural equation modeling. In G. A. Marcoulides, & Schumacker, R. E. (Eds.), *New developments and techniques in structural equation modeling* (pp. 269-296). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bohrnstedt, G. W., & Goldberger, A. S. (1969). On the exact covariance of products of random variables. *Journal of the American Statistical Association*, 64(328), 1439-1442.
- Bussemeyer, J. R., & Jones, L. E. (1983). Analysis of multiplicative combination rules when the causal variables are measured with error. *Psychological Bulletin*, 93(3), 549-562.
- Çivitci, N., & Çivitci, A. (2009). Self-esteem as mediator and moderator of the relationship between loneliness and life satisfaction in adolescents. *Personality and Individual Difference*, 47(8), 954-958.
- Edwards, J. R. (2009). Seven myths of testing moderation in organizational research. In C. E. Lance, & R. J. Vandenberg (Eds.), *Statistical and methodological myths and urban legends* (pp. 143-164). Routledge.
- Jackman, M. G., Leite, W. L., & Cochrane, D. J. (2011). Estimating latent variable interactions with the unconstrained approach: A comparison of methods to form product indicators for large, unequal numbers of items. *Structural Equation Modeling*, 18(2), 274-288.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G., & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling*, 9(2), 151-

- 173.
- Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, K. T. (2004). Structural equation models of latent interactions: Evaluation of alternative estimation strategies and indicator construction. *Psychological Methods*, 9(3), 275-300.
- Ping, R. A. (1996). Latent variable interaction and quadratic effect estimation: A two-step technique using structural equation analysis. *Psychological Bulletin*, 119(1), 166.
- Wen, Z., Marsh, H. W., & Hau, K. T. (2010). Structural equation models of latent interactions: An appropriate standardized solution and its scale-free properties. *Structural Equation Modeling*, 17(1), 1-22.
- 1 차원고접수 : 2014. 10. 22.
수정원고접수 : 2014. 11. 20.
최종게재결정 : 2014. 12. 04.

Testing the Interaction Effects in Regression and Structural Equation Models: Theories and Procedures

Hong, Sehee

Jung, Song

Department of Education, Korea University

As behavioral science research advances, third variables have increasingly been considered in the relationship between independent and dependent variables in many research. Research has commonly examined the role of mediating and/or moderating variables. A moderating variable indicates a variable that has an interaction effect on a dependent variable, producing a joint effect with an independent variable. Given that mediation (or indirect) effects can be easily tested in structural equation models that are very widely used, mediation effects are more commonly tested than interaction effects. One of the main possible reasons interaction models are underutilized is that testing interaction effects can be complicated and thus many researchers often experience difficulties. In view of this, analysis methods for testing the interaction effects are explained and discussed in detail using regression analysis and structural equation models in the present study. First, mean centering, correction of standardized interaction coefficient, and reliability issues of interaction variables are explained in regression analysis. Next, constraints of parameters and unconstrained methods as well as the abovementioned three issues are emphasized in structural equation models. In addition, regression analysis and structural equation models are applied to a real data set to explain the procedures of the analysis. Finally, several issues that are commonly misunderstood by many researchers are presented and clarified.

Keywords: interaction effect, moderating effect, structural equation models